

Penerapan Model *Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS)* pada Data Gempa Bumi di Nusa Tenggara Barat

Annisa Indah Kurnia¹, Hasih Pratiwi², Sugiyanto³

^{1,2,3}Program Studi Statistika, Universitas Sebelas Maret, Surakarta 57126

E-mail : annisaindahkurnia@gmail.com, hasihpratiwi@gmail.com, sugiy50@yahoo.co.id

ABSTRAK

Kejadian gempa bumi bersifat acak, sehingga pengembangan metode prakiraan gempa bumi sangat diperlukan. Salah satu metode prakiraan gempa bumi dari aspek stokastik adalah proses titik. Model *epidemic type aftershock sequence* (ETAS) merupakan model pada proses titik yang mempertimbangkan keterkaitan gempa satu dengan yang lainnya. Model ETAS dinyatakan dengan fungsi intensitas bersyarat yang berguna untuk mengetahui peluang kemunculan terjadinya gempa bumi. Tujuan penelitian ini adalah menerapkan model ETAS pada data gempa bumi di Nusa Tenggara Barat. Metode estimasi *likelihood* maksimum digunakan untuk memperoleh estimasi parameter model ETAS. Hasil estimasi parameter tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.0080, produktivitas gempa susulan sebesar 1.9066, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 0.9192, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0237, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1.0923.

Kata Kunci

model ETAS, fungsi intensitas, likelihood maksimum

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara yang berpotensi terjadi gempa bumi, sebab Indonesia berada di antara tiga lempeng tektonik yang besar, yaitu lempeng Indo-Australia, Eurasia, dan Pasifik. Lempeng Indo-Australia bertumbukkan dengan lempeng Eurasia di lepas pantai Sumatera, Jawa, dan Nusa Tenggara, sedangkan lempeng Indo-Australia bertumbukkan dengan lempeng Pasifik di utara Papua dan Maluku Utara. Di sekitar pertemuan lempeng ini, energi tumbukannya terakumulasi sampai lapisan bumi tidak bisa menahan tumpukan energi sehingga lepas berupa gempa bumi.

Secara tektonik, Nusa Tenggara Barat berada di wilayah Busur Sunda bagian timur yang mempunyai beberapa karakteristik, yaitu penunjaman lempeng tektonik, busur gunung berapi dan jalur gempa bumi. Seismisitas Nusa Tenggara Barat cukup rapat karena dipengaruhi aktivitas penunjaman lempeng Indo-Australia di sebelah selatan dan Flores *back arc thrust fault* disebelah utara, mengakibatkan daerah ini termasuk daerah rawan terhadap bahaya gempa. Berdasarkan data *United State Geological Survey* (USGS)

sejak tahun 1973 sampai 2018 telah terjadi sejumlah 340 kali gempa bumi dengan magnitudo lebih dari 5 mb dan kedalaman 0-70 km di Nusa Tenggara Barat dan sekitarnya.

Gempa bumi merupakan fenomena alam yang bersifat acak baik dalam ruang maupun waktu. Gempa bumi yang sifatnya acak masih terus dikaji baik dari aspek seismologi maupun aspek stokastik [1]. Kedua aspek tersebut dapat dipelajari dalam statistik seismologi. Subyek utama dalam statistik seismologi adalah proses stokastik. Salah satu proses stokastik yang dapat menjelaskan fenomena gempa bumi adalah proses titik. Pada proses titik, gempa bumi dipandang sebagai kumpulan titik-titik acak dalam suatu ruang, dimana masing-masing titik menyatakan waktu atau/dan lokasi dari suatu kejadian.

Dalam penelitian seismologi, salah satu hukum empiris dasar yang terkenal yaitu hukum Omori. Hukum ini kemudian dimodifikasi oleh Utsu menjadi hukum Omori-Utsu [2]. Menurut Zhuang [3], model yang sesuai untuk menjelaskan deretan gempa susulan yaitu model *epidemic type aftershock sequence* (ETAS). Model ETAS menunjukkan adanya periode di antara deretan gempa

susulan dan deretan gempa susulan berikutnya.

Dalam proses titik, kejadian-kejadian gempa bumi pada waktu, lokasi atau tempat tertentu dapat dipandang sebagai titik-titiknya, sedangkan ukuran yang berkaitan dengan kejadian gempa bumi adalah magnitudo atau kedalamannya [4]. Kemunculan gempa bumi umumnya dipandang sebagai suatu proses Poisson. Pada proses ini, kemunculan tersebut bersifat saling bebas terhadap kemunculan-kemunculan lainnya. Suatu gempa besar biasanya diikuti oleh barisan dari gempa susulan, sehingga dapat dimodelkan dengan model ETAS [5]. Sementara itu, salah satu komponen penting dari model tersebut adalah fungsi intensitas dasar yang merupakan karakteristik proses titik yang bersesuaian. Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model ETAS pada kejadian gempa bumi yang terjadi di Nusa Tenggara Barat.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Fungsi Intensitas Bersyarat

Pada proses titik model tipe epidemik banyaknya individu yang hidup pada waktu t ditentukan oleh laju imigrasi, laju kelahiran, dan laju kematian. Pada gempa bumi, sebagai individunya adalah suatu kejadian gempa bumi, dan sebagai populasinya adalah semua kejadian gempa bumi. Laju imigrasi mengacu pada kejadian gempa dasar, sedangkan kelahiran berhubungan dengan pemicu kejadian gempa susulan berdasarkan kejadian gempa bumi sebelumnya. Proses kelahiran dan kematian dependen terhadap usia untuk setiap individu usia x yang dapat bertahan hidup pada waktu t . Untuk interval $(t, t + dt)$ terdapat probabilitas kelahiran $g(x)dt$ dan probabilitas kematian $h(x)dt$ yang saling independen untuk setiap individu. Berkaitan dengan hal tersebut, proses titik *self-exciting* merupakan proses kelahiran yang mengikuti laju imigrasi per satuan waktu dan proses kematian $h(x) = 0$. Menurut Ogata [6], proses tersebut memiliki fungsi intensitas bersyarat yang dinyatakan dalam bentuk

$$\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) \quad (1)$$

dengan μ merupakan laju kejadian gempa dasar dan $g(t - t_i)$ merupakan fungsi densitas probabilitas dari waktu terjadinya gempa bumi pemicu.

2.2 Model ETAS

Salah satu model tipe epidemik pada bidang seismologi adalah hukum Omori. Hukum Omori menyatakan banyaknya kejadian gempa bumi susulan selama interval waktu tertentu. Hukum Omori dapat dinyatakan sebagai

$$n(t) = \frac{a}{t + c} \quad (2)$$

Persamaan (2) dimodifikasi oleh Utsu [2] dengan penambahan parameter pangkat p sehingga diperoleh Persamaan (3) yang sering disebut sebagai hukum Omori-Utsu atau hukum Omori yang dimodifikasi, yang dituliskan sebagai

$$n(t) = \frac{a}{(t + c)^p} \quad (3)$$

dengan p adalah suatu nilai antara 0,7 sampai 1,5. Berdasarkan hukum Omori-Utsu (3) dan model tipe epidemik (1) diberikan asumsi-asumsi sebagai berikut.

- Laju kegempaan dasar adalah konstan yang dinyatakan dengan μ
- Semua kejadian gempa bumi termasuk gempa susulan memicu terjadinya gempa susulan sekunder. Untuk setiap gempa susulan sekunder juga memicu terjadinya gempa susulan sekunder berikutnya secara independen. Probabilitas terjadinya gempa susulan dinyatakan sebagai

$$K(m) = Ae^{\alpha(M_t - M_0)}$$

dengan M_0 adalah batas magnitudo, A dan α adalah parameter

- Fungsi kepadatan probabilitas dari waktu gempa utama hingga terjadinya gempa susulan dinyatakan sebagai

$$g(t) = \frac{p-1}{c} \left(1 + \frac{t}{c}\right)^{-p}$$

dengan c dan p adalah parameter.

- Distribusi magnitudo independen terhadap laju aktivitas gempa bumi. Bentuk eksplisit dari hubungan Gutenberg-Richter digunakan sebagai fungsi kepadatan probabilitas dari magnitudo yang dinyatakan dengan

$$f(m) = \beta e^{\beta(M_i - M_0)}$$

Berdasarkan persamaan (1) dan asumsi (a) – (d), maka dapat dibentuk fungsi intensitas bersyarat yang dinyatakan sebagai

$$\lambda_j(t|H_t) = \mu_j + \sum_{t_i < t} K(M_i)g(t - t_i). \quad (4)$$

Model ETAS merupakan model pada proses titik yang mempertimbangkan keterkaitan gempa satu dengan yang lainnya. Model ETAS digunakan untuk menjelaskan aktivitas gempa bumi susulan pada suatu wilayah dengan memperhatikan komponen waktu dan magnitudo. Diasumsikan bahwa suatu barisan gempa bumi susulan dapat dimodelkan seperti suatu epidemik, yakni suatu gempa bumi utama mempengaruhi gempa bumi susulan yang lain di suatu interval waktu dan juga barisan gempa susulan meluas untuk suatu waktu yang lama setelah gempa utama terjadi. Fungsi intensitas bersyarat model ETAS dapat dituliskan sebagai,

$$\lambda(t|H_t) = \mu + K \sum_{i:t_i < t} e^{\alpha(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{c} \right)^{-p} \quad (5)$$

Semua parameter (μ, K, α, c, p) pada Persamaan (1) bernilai positif, dengan t_i merupakan waktu kejadian ke- i dengan besar magnitudo M_i dan M_0 merupakan besar ambang batas magnitudo, μ merupakan laju kegempaan dasar, K adalah produktivitas gempa susulan, α adalah besar efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan, c adalah laju peluruhan gempa susulan menurut skala waktu, dan p merupakan laju peluruhan gempa susulan secara keseluruhan.

2.3 Metode Likelihood Maksimum

Metode *likelihood* maksimum merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menduga nilai parameter dari suatu distribusi. Konsep dasarnya yakni menentukan nilai parameter yang memberikan kemungkinan paling besar untuk mendapatkan data terobservasi sebagai estimator. Langkah pertama dalam mengestimasi parameter

menggunakan metode *likelihood* maksimum adalah menentukan fungsi densitas bersama.

Definisi 1. Fungsi densitas probabilitas bersama dari n variabel acak X_1, X_2, \dots, X_n yang bergantung terhadap θ dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, \dots, x_n; \theta)$ yang disebut dengan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* dinyatakan dengan $L(\theta)$. Jika x_1, \dots, x_n adalah sampel random dari $f(X|\theta)$ maka $L(\theta) = f(x_1|\theta)f(x_2|\theta)\dots f(x_n|\theta)$.

Definisi 2. Misalkan $L(\theta) = f(x_1, \dots, x_n; \theta), \theta \in \Omega$, merupakan fungsi densitas probabilitas dari X_1, \dots, X_n . Untuk suatu himpunan dari observasi-observasi x_1, \dots, x_n , nilai $\hat{\theta}$ dalam Ω pada $L(\theta)$ adalah maksimum yang disebut *estimator likelihood maksimum (MLE)* dari θ . Nilai $\hat{\theta}$ adalah nilai θ jika memenuhi

$$f(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Omega} f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta).$$

Estimator *likelihood* maksimum yang dinyatakan dengan $\hat{\theta}$ dapat ditulis

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Omega} L(\theta).$$

Memaksimumkan $L(\theta)$ sama halnya dengan memaksimumkan fungsi *log likelihood*, $\log L(\theta)$, sehingga

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Omega} \log L(\theta).$$

Parameter $\hat{\theta}$ disebut *estimator likelihood* maksimum jika memenuhi $\frac{dL(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}} = 0$ dan $\frac{d^2L(\hat{\theta})}{d^2\hat{\theta}} = 0$.

Diberikan data kejadian t_1, t_2, \dots, t_n pada interval waktu pengamatan $[0, T)$ dan intensitas bersyarat $\lambda(t|H_t)$. Menurut Ogata [7] fungsi *log likelihood* dapat ditulis dalam bentuk

$$\log L = \sum_{i=1}^n \log \lambda(t_i|H_{t_i}) - \int_0^T \lambda(t|H_t) dx.$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dilakukan estimasi parameter model fungsi intensitas bersyarat ETAS (5) pada data gempa bumi Nusa Tenggara Barat dengan metode *likelihood* maksimum. Terdapat dua

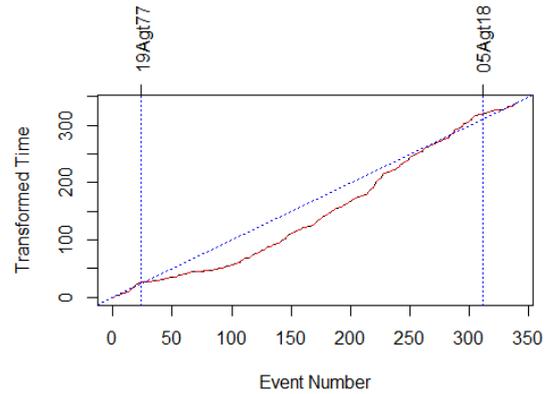
variabel, yakni waktu t dan magnitudo m , serta terdapat lima parameter, yakni μ , K , α , c , dan p pada fungsi intensitas bersyarat model ETAS. Harte [5] membagi model ETAS menjadi dua, yakni *null model* yang menunjukkan magnitudonya mengikuti distribusi eksponensial dan *full model* yang magnitudonya mengikuti distribusi gamma. Ditentukan nilai awal masing masing parameter yang mengacu dari Harte, $\mu = 0.05$, $K = 3.1$, $\alpha = 1.3$, $c = 0.02$, $p = 1.1$, $p_6 = 1/\text{mean}$ dari magnitudo kejadian, $p_7 = 0$ untuk *null model*, dan nilai parameter awal untuk *full model* ditentukan dari logaritma nilai awal dari *null model*, dengan tambahan satu parameter bebas $p_7 = 0.1$. Hasil estimasi parameter model ETAS pada data gempa bumi di Nusa Tenggara Barat ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Estimasi parameter model ETAS pada data gempa bumi di Nusa Tenggara Barat

Parameter	<i>Null model</i>	<i>Full model</i>
$p_1 = \mu$	0.0080	0.0080
$p_2 = K$	1.9007	1.9066
$p_3 = \alpha$	0.9192	0.9192
$p_4 = c$	0.0241	0.0237
$p_5 = p$	1.0937	1.0923
p_6	1.8309	1.8682
p_7	0	0.0362
$\ln L$	-1369.723	-1369.499

Dari tabel tersebut dapat diketahui bahwa nilai log *likelihood* untuk *full model* lebih besar dari pada nilai log *likelihood* untuk *null model*, sehingga berdasarkan metode *likelihood* maksimum estimasi parameter untuk *full model* lebih baik dibandingkan dengan *null model*.

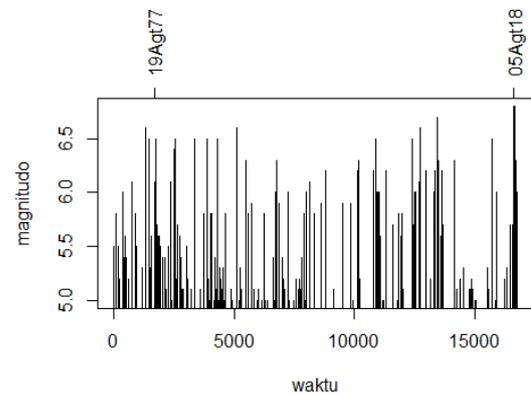
Representasi grafis dari *full model* dan *null model* digambarkan melalui plot proses residual pada Gambar 1. garis hitam pada plot tersebut merepresentasikan *full model*, sedangkan garis merah putus-putus merepresentasikan *null model*. Jika kedua garis dari kedua model tersebut semakin mendekati garis lurus yang berwarna biru, maka model dapat dikatakan semakin akurat dalam mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS pada gempa bumi di Nusa Tenggara Barat.



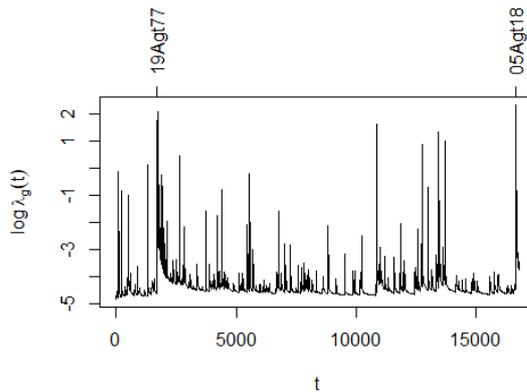
Gambar 1. Plot residual model ETAS pada gempa bumi di Nusa Tenggara Barat

Berdasarkan analisis tersebut, *full model* lebih baik digunakan untuk mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat dimana magnitudo mengikuti distribusi gamma. Diperoleh estimasi parameter untuk gempa Nusa Tenggara Barat menggunakan *full model* yaitu $\mu = 0.0080$, $A = 1.9066$, $\alpha = 0.9192$, $c = 0.0237$, dan $p = 1.0923$.

Berikut plot dari magnitudo dan waktu kejadian gempa bumi di Nusa Tenggara Barat pada Gambar 2. dan plot dari logaritma fungsi intensitas bersyarat pada Gambar 3.



Gambar 2. Plot magnitudo kejadian gempa bumi di Nusa Tenggara Barat



Gambar 3. Plot logaritma fungsi intensitas bersyarat model ETAS gempa bumi di Nusa Tenggara Barat

Berdasarkan kedua plot tersebut dapat dilihat bahwa kejadian gempa bumi dengan magnitudo yang besar cenderung mempunyai fungsi intensitas bersyarat yang besar pula.

4. KESIMPULAN

1. Hasil estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS menunjukkan bahwa full model yang magnitudonya berdistribusi gamma mewakili kejadian gempa bumi di wilayah Nusa Tenggara Barat yang dituliskan sebagai,

$$\lambda(t|H_t) = 0.0080 + 1.9066 \sum_{t_i < t} e^{0.9192(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{0.0237}\right)^{-1.0923}$$

2. Dengan metode estimasi *likelihood* maksimum diperoleh estimasi parameter model *ETAS* data gempa bumi di Nusa Tenggara Barat. Hasil estimasi parameter tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.0080, produktivitas gempa susulan sebesar 1.9066, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 0.9192, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0237, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1.0923.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Hasih Pratiwi, S.Si., M.Si. dan Bapak Drs. Sugiyanto, M.Si. yang selalu memberikan bimbingan, dorongan, dan dukungan, serta kedua orang tua dan teman-teman Statistika UNS 2015 yang selalu memberikan masukan dan mendoakan, serta pihak-pihak yang telah berkontribusi dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Sunusi, E. Herdiani, A. K. Jaya and A. Islamiyati, "Studi Probabilistik dan Penaksiran Resiko Gempa melalui Pemodelan Bayesian Point Process," Universitas Hasanuddin, Makassar, 2014.
- [2] T. Utsu, "Aftershock and Earthquake Statistics," *Journal of the Faculty of Science Hokaido University*, vol. i, no. 43, pp. 1-33, 1969.
- [3] J. Zhuang, "Statistical Modelling of Seismicity Patterns Before and After the 1990 Oct 5 Cape Palliser Earthquake, New Zealand," *New Zealand Journal of Geology & Geophysics*, vol. iii, no. 43, pp. 447-460, 2000.
- [4] F. P. Schoenberg, *Introduction to Point Processes*, New York: UCLA, 2000.
- [5] D. Harte, "Ptprocess: An R Package for Modelling Marked Point Processes Indexed by Time," *Journal of Statistical Software*, vol. 35, no. 8, pp. 119-144, 2010.
- [6] Y. Ogata, "Statistical Models for Earthquake Occurances and Residual Analysis for Point Process," *Journal of the Statistical Association*, vol. 83, no. 401, pp. 9-27, 1988.
- [7] Y. Ogata and H. Tsuruoka, "Statistical Monitoring of Aftershock Sequences: A Case Study of the 2015 Mw7.8 Gorkha, Nepal, Earthquake," *Earth, Planets and Space a SpringerOpen Journal*, vol. 68, no. 44, pp. 1-13, 2016.