

Pencarian Solusi Optimal Fuzzy Untuk Masalah Program Linier Fuzzy Menggunakan Metode Level-Sum

Elis Ratna Wulan^a, Diana Ratnasari^b

^aJurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati, Bandung 40614
E-mail : elis_ratna_wulan@uinsgd.ac.id

^bJurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati, Bandung 40614
E-mail : ratnasaridiana94@gmail.com

ABSTRAK

Program Linier (LP) adalah salah satu teknik optimasi yang paling dapat digunakan. Sebelumnya telah diusulkan pendekatan baru, yaitu metode *sum of objectives* (SO) untuk mencari solusi efisien yang tepat untuk masalah pemrograman *multi-objective*. Dalam penelitian ini, diusulkan metode baru yaitu metode *level-sum* untuk menemukan solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy. Adapun langkah-langkah dalam metode ini adalah sebagai berikut : mengubah masalah program linier fuzzy menjadi masalah program linier *multi-objective*, kemudian selesaikan masalah tersebut dengan menggunakan metode simpleks dan ubah solusi optimal masalah tersebut sehingga menjadi solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy. Dimana dalam studi literatur ini telah dibuktikan teorema yang memperlihatkan suatu hubungan antara solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy (P) dan solusi efisien untuk masalah program linier *multi-objective* (M).

Kata Kunci

Program linier fuzzy, Solusi optimal fuzzy, Program linier multi-objektif, Metode level-sum, Metode simpleks.1.

I. PENDAHULUAN

Program Linier (LP) adalah suatu teknik yang sangat banyak digunakan dalam optimisasi. Dalam aplikasinya suatu model LP banyak mengkaitkan atau menggunakan parameter yang nilainya diselesaikan oleh ahli/pembuat keputusan. Bagaimanapun keduanya (ahli/pembuat keputusan) tidak mengetahui nilai dari parameter kebanyakan kasus. Oleh karena itu program linier fuzzy telah dikenalkan dan dipelajari. Pandian [1] telah menunjukkan atau mengenalkan suatu pendekatan terbaru yang dinamakan metode *sum of objectives* (SO) untuk menemukan solusi efisien untuk menyelesaikan masalah program linier *multi-objective*.

Dalam penelitian ini akan dibahas metode baru yaitu metode *Level-Sum* untuk menemukan solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy. Dengan menggunakan contoh numerik, metode *level-sum* dapat diilustrasikan. Keuntungan dari metode yang diusulkan adalah fungsi peringkat fuzzy yang tidak digunakan, hasil dapat dilakukan dengan penyelesaian LP sehingga memperoleh semua kendala dan perhitungan karena hanya didasarkan pada teknik *crisp LP*.

Penggunaan Metode Level Sum ini, dapat membantu ahli atau pembuat keputusan untuk mendapatkan solusi optimum meskipun nilai parameter tidak diketahui dengan pasti.

2. KAJIAN LITERATUR

2.1 Fungsi Linier Fuzzy

Program linier fuzzy adalah program linier yang dinyatakan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter fuzzy dan ketidaksetaraan fuzzy [2]. Tujuan dari program linier fuzzy adalah mencari suatu nilai z yang merupakan fungsi objektif yang akan dioptimalkan sedemikian sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy [3].

Masalah program linier yang keseluruhan variabel dan koefisien-koefisien yang digunakan berbentuk data fuzzy, serta operasi-operasi aritmatik yang digunakan adalah operasi aritmatik bilangan fuzzy disebut masalah program linier *fully fuzzy* (FFLP). Keunggulan FFLP dibandingkan program linier adalah adanya penjelasan tentang koefisien biaya, variabel, maupun koefisien teknis yang tidak bernilai tegas dalam kehidupan nyata yang dapat

digambarkan dengan menggunakan bilangan fuzzy [2].

2.2 Solusi Optimal Fuzzy

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam menentukan solusi optimal pada permasalahan program linier berparameter fuzzy adalah sebagai berikut [4]:

1. Merumuskan permasalahan yang mengandung parameter fuzzy dalam bentuk program linier fuzzy, yang terdiri dari:
 - a. Program linier dengan parameter fuzzy pada fungsi pembatas $\bar{b}_i$
 - b. Program linier yang berparameter fuzzy pada fungsi objektif
2. Menentukan fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy
3. Maksimasi $Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$ terhadap fungsi pembatas $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \bar{b}_i$ dan fungsi objektif
4. Mendefinisikan fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat optimalitas dari setiap fungsi objektif $Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$
5. Menentukan solusi optimal dengan menggunakan metode simpleks

Dalam penelitian ini telah dibuktikan teorema yang memperlihatkan suatu hubungan antara solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy (P) dan solusi efisien untuk masalah program linier *multi-objective* (M) [1].

Teorema 1

Misal $X^* = \{x_j^*, y_j^*, t_j^*; j = 1, 2, \dots, m\}$ adalah solusi efisien untuk masalah (M), maka $\tilde{X}^* = \{(x_j^*, y_j^*, t_j^*); j = 1, 2, \dots, m\}$ adalah solusi layak untuk masalah (P).

Asumsikan bahwa $\tilde{X}^* = \{(x_j^*, y_j^*, t_j^*); j = 1, 2, \dots, m\}$ tidak optimal untuk masalah (P). Maka, terdapat solusi layak $\tilde{X} = \{(x_j, y_j, t_j); j = 1, 2, \dots, m\}$ untuk masalah (P) sehingga $Z(\tilde{X}) > Z(\tilde{X}^*)$ dimana $z_i(x, y, t) \geq z_i(x^*, y^*, t^*), i = 1, 2, 3$ dan $z_r(x, y, t) > z_r(x^*, y^*, t^*),$ untuk beberapa $r \in \{1, 2, 3\}$

dimana $x^* = \{x_j^*; j = 1, 2, \dots, m\},$
 $y^* = \{y_j^*; j = 1, 2, \dots, m\}, t^* = \{t_j^*; j = 1, 2, \dots, m\},$
 $x = \{x_j; j = 1, 2, \dots, m\}, y = \{y_j; j = 1, 2, \dots, m\},$
dan $t = \{t_j; j = 1, 2, \dots, m\}.$ Ini berarti bahwa $\tilde{X}^* = \{(x_j^*, y_j^*, t_j^*); j = 1, 2, \dots, m\}$ bukan solusi

efisien untuk masalah (M) dimana terjadi kontradiksi. Sehingga teorema ini terbukti.

2.3 Program Linier Multi Objektif

Program linier *multi objective* (MOLP) adalah metode optimasi dengan beberapa fungsi tujuan yang tunduk pada beberapa batasan. Solusi permasalahan ini diperoleh seperti penyelesaian optimasi dengan 1 fungsi tujuan [3].

Berdasarkan masalah optimasi *multi-objective* sebagai berikut [10]:

(MP) Minimasi $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$

Kendala $g(x) \geq 0, x \in X$

Dimana $f_i: X \rightarrow R, i = 1, 2, \dots, k$ dan $g: X \rightarrow R^m$, dimana $g = (g_1, g_2, \dots, g_m)$ adalah fungsi terdiferensiasi di X , sebuah subset *convex* terbuka dari R^n .

Sekarang $P = \{x \in X, g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$ adalah himpunan semua solusi yang layak untuk masalah tersebut.

Definisi 2

Titik layak x^* dikatakan efisien untuk masalah program *multi-objective* jika terdapat titik layak x di P sehingga $f_i(x) \leq f_i(x^*), i = 1, 2, \dots, k$ dan $f_r(x) < f_r(x^*),$ dimana $r \in \{1, 2, \dots, k\}$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pencarian Solusi Optimal Fuzzy untuk Masalah Program Linier Fuzzy Menggunakan Metode Level-Sum

3.1.1 Masalah Program Linier Fully Fuzzy

Diperlukan definisi dari operasi dasar aritmatika hubungan orde parsial dari bilangan *triangularfuzzy* berdasarkan dari fungsi dasar yang dapat ditemukan di [4,5,6].

Definisi 3

Bilangan fuzzy $\tilde{a}$ adalah bilangan triangular fuzzy ditunjukkan oleh (a_1, a_2, a_3) dimana $a_1, a_2,$ dan a_3 adalah bilangan asli dan fungsi anggotanya $\mu_{\tilde{a}}(x)$ diberikan di bawah ini :

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & \text{untuk } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2}, & \text{untuk } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Misalkan $F(R)$ adalah himpunan semua bilangan nyata *triangularfuzzy*.

Definisi 4

Misal (a_1, a_2, a_3) dan (b_1, b_2, b_3) ada di $F(R)$. Maka,

$$(i) \quad (a_1, a_2, a_3) \oplus (b_1, b_2, b_3) =$$

$$(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(ii) \quad (a_1, a_2, a_3) \ominus (b_1, b_2, b_3) =$$

$$(a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

$$(iii) \quad k(a_1, a_2, a_3) = (ka_1, ka_2, ka_3), \text{ untuk } k \geq 0$$

$$(iv) \quad k(a_1, a_2, a_3) = (ka_3, ka_2, ka_1), \text{ untuk } k < 0$$

$$(v) \quad (a_1, a_2, a_3) \otimes (b_1, b_2, b_3) =$$

$$\begin{cases} (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3), & a_1 \geq 0 \\ (a_1 b_3, a_2 b_2, a_3 b_3), & a_1 < 0, a_3 \geq 0 \\ (a_1 b_1, a_2 b_2, a_1 b_3), & a_3 < 0 \end{cases}$$

Berdasarkan program linier *fully fuzzy* dengan fuzzy kendala ketidaksamaan/persamaan dan variabel fuzzy yang dapat diformulasikan sebagai berikut [1]:

$$(P) \text{ Maksimasi } \tilde{z} \approx \tilde{c}^T \tilde{x}$$

Terhadap kendala $\tilde{A} \otimes \tilde{x} \{ \leq, \approx, \geq \} \tilde{b}, \tilde{x} \geq \tilde{0}$

Dimana $\tilde{a}_{ij}, \tilde{c}_j, \tilde{x}_j, \tilde{b}_i \in F(R)$ untuk semua $1 \leq j \leq n$ dan $1 \leq i \leq m, \tilde{c}^T = (\tilde{c}_j)_{1 \times n}, \tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{m \times n}, \tilde{x} = (\tilde{x}_j)_{n \times 1}$ dan $\tilde{b} = (\tilde{b}_i)_{m \times 1}$

Misal parameter $\tilde{z}, \tilde{a}_{ij}, \tilde{c}_j, \tilde{x}_j$ dan $\tilde{b}_i$ adalah bilangan *triangular*

fuzzy $(z_1, z_2, z_3), (p_j, q_j, r_j), (x_j, y_j, t_j), (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$

dan (b_i, g_i, h_i) berturut-turut. Kemudian, masalah (P) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$(P) \text{ Maksimasi}$$

$$(z_1, z_2, z_3) \approx \sum_{j=1}^n (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j)$$

Terhadap kendala

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j) \{ \leq, \approx, \geq \} (b_i, g_i, h_i) \text{ untuk semua } i = 1, 2, \dots, m, (x_j, y_j, t_j) \geq \tilde{0}, j = 1, 2, \dots, m$$

Dengan menggunakan operasi aritmatika dan relasi orde parsial, masalah program linier *fuzzy* dapat dituliskan sebagai masalah program linier *multi-objective* yang diberikan sebagai berikut :

(M) Maksimasi

$$z_1 = \sum_{j=1}^n \text{nilai bawah dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Maksimasi

$$z_2 = \sum_{n=1}^j \text{nilai tengah dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Maksimasi

$$z_1 = \sum_{n=1}^j \text{nilai atas dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Terhadap kendala

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai bawah dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} b_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai tengah dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} g_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai atas dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} h_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$z_2 \geq z_1 ; z_3 \geq z_2 ; x_j \leq y_j, j = 1, 2, \dots, m ; y_j \leq t_j, j = 1, 2, \dots, m$$

3.1.2 Metode Level-Sum

Metode *level-sum* merupakan sebuah metode baru untuk mencari solusi optimal *fuzzy* untuk masalah program linier *fully fuzzy* yang didasarkan pada program linier *multi-objective* dan metode simpleks.

Adapun langkah-langkah dalam metode ini adalah sebagai berikut :

1. Buat sebuah *crisp* masalah program linier *multi-objective* dari masalah program linier *fuzzy* yang diberikan.
2. Tentukan suatu solusi efisien untuk masalah program linier *multi-objective* berdasarkan pada langkah 1. Dengan menggunakan metode *sum-objective*[7].
3. Solusi efisien yang didapatkan dari langkah 2 untuk masalah program linier *multi-objective* menghasilkan suatu solusi optimal *fuzzy* untuk masalah program linier *fuzzy*.

3.2 Contoh Numerik

Metode *level-sum* dapat di ilustrasikan dengan contoh numerik, dimana pada contoh 1 menggunakan masalah program linier *fully fuzzy* yang keseluruhannya menggunakan *fuzzy*, baik itu bilangan maupun operasi bilangannya. Berbeda dengan contoh 2 yang menggunakan masalah program linier *fuzzy* dimana operasinya saja yang menggunakan operasi bilangan *fuzzy*. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada contoh berikut :

Contoh 1

Berdasarkan masalah program linier *fully fuzzy* berikut :

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &\approx (-1, 2, 3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (2, 3, 4) \otimes \tilde{x}_2 \\ \text{Terhadap} & \text{ kendala} \\ & (0, 1, 2) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (1, 2, 3) \otimes \tilde{x}_2 \approx (2, 10, 24); \\ & (1, 2, 3) \otimes \tilde{x}_1 \oplus (0, 1, 2) \otimes \tilde{x}_2 \approx (1, 8, 21); \\ & \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Penyelesaian:

$$\text{Misal } \tilde{x}_1 = (x_1, y_1, t_1) \text{ dan } \tilde{x}_2 = (x_2, y_2, t_2)$$

Gunakan langkah pertama untuk mengubah masalah program linier *fully fuzzy* menjadi masalah program linier *multi-objective*, sehingga menjadi :

$$(M) \text{ Maksimumkan } z_1 = -t_1 + 2x_2$$

$$z_2 = 2y_1 + 3y_2$$

$$z_3 = 3t_1 + 4t_2$$

Terhadap kendala

$$\begin{aligned} & 1, 2, \dots, m ; x_j \geq 0, \\ & x_2 = 2 ; y_1 + 2y_2 = 10 ; 2t_1 + 3t_2 = 24 ; x_1 = \\ & 1 ; 2y_1 + y_2 = 8 ; 3t_1 + 2t_2 = 21 ; z_2 \geq z_1 ; z_3 \geq \\ & z_2 ; y_1 \geq x_1 ; y_2 \geq x_2 ; t_1 \geq y_1 ; t_2 \geq y_2 ; x_1, x_2 \geq \\ & 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan langkah kedua maka akan diperoleh :

(S)

$$\text{Maksimumkan } z = 2x_2 + 2y_1 + 3y_2 + 2t_1 + 4t_2$$

Terhadap kendala

$$\begin{aligned} & x_2 = 2 ; y_1 + 2y_2 = 10 ; 2t_1 + 3t_2 = 24 ; x_1 = \\ & 1 ; 2y_1 + y_2 = 8 ; 3t_1 + 2t_2 = 21 ; -2x_2 + 2y_1 + \\ & 3y_2 + t_1 \geq 0 ; -2y_1 - 3y_2 + 3t_1 + 4t_2 \geq 0 ; y_1 - \\ & x_1 \geq 0 ; y_2 - x_2 \geq 0 ; t_1 - y_1 \geq 0 ; t_2 - y_2 \geq \\ & 0 ; x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Selesaikan masalah (S) dengan menggunakan metode simpleks, dimana dalam proses penyelesaian metode simpleks ini dibantu dengan menggunakan sebuah aplikasi yang bernama POM (*Production and Operation Management*). Sehingga akan didapatkan solusi optimal untuk masalah (S) adalah $x_1 = 1 ; x_2 = 2 ; y_1 = 2 ; y_2 = 4 ; t_1 = 3$ dan $t_2 = 6$ dengan $Z = 50$. Jadi,

$$(x_1 = 1; x_2 = 2; y_1 = 2; y_2 = 4; t_1 = 3; t_2 = 6)$$

adalah solusi efisien untuk masalah (M). Dengan menggunakan langkah ketiga akan diperoleh $\tilde{x}_1 \approx (1,2,3)$ dan $\tilde{x}_2 \approx (2,4,6)$ dan $\tilde{z} \approx (1,16,33)$ adalah solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fully fuzzy.

Contoh 2

Berdasarkan masalah program linier fuzzy berikut:

Maksimumkan

$$\tilde{z} \approx (7,10,14,25) \otimes x_1 \oplus (20,25,35,40) \otimes x_2$$

Terhadap kendala

$$(1,3,4) \otimes x_1 \oplus (2,6,7) \otimes x_2 \leq (8,13,15); \\ (3,4,6) \otimes x_1 \oplus (1,6,10) \otimes x_2 \leq (3,7,9); x_1, x_2 \geq 0$$

Penyelesaian :

$$\text{Misal } \tilde{z}_1 = (z_1, z_2, z_3, z_4)$$

Gunakan langkah pertama untuk mengubah masalah program linier fuzzy menjadi masalah program linier multi-objective, sehingga menjadi:

$$(M) \quad \text{Maksimumkan } z_1 = 7x_1 + 20x_2$$

$$\text{Maksimumkan } z_2 = 10x_1 + 25x_2$$

$$\text{Maksimumkan } z_3 = 14x_1 + 35x_2$$

$$\text{Maksimumkan } z_4 = 25x_1 + 40x_2$$

Terhadap

kendala

$$x_1 + 2x_2 \leq 8; 3x_1 + 6x_2 \leq 13; 4x_1 + 7x_2 \leq 15; \\ 3x_1 + x_2 \leq 3; 4x_1 + 6x_2 \leq 7; 6x_1 + 10x_2 \leq 9; \\ z_2 \geq z_1; z_3 \geq z_2; z_4 \geq z_3; x_1, x_2 \geq 0$$

Dengan menggunakan langkah kedua maka akan diperoleh :

$$(S) \quad \text{Maksimumkan } z = 56x_1 + 120x_2$$

Terhadap

kendala

$$x_1 + 2x_2 \leq 8; 3x_1 + 6x_2 \leq 13; 4x_1 + 7x_2 \leq 15; \\ 3x_1 + x_2 \leq 3; 4x_1 + 6x_2 \leq 7; 6x_1 + 10x_2 \leq 9; \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 0; 4x_1 + 10x_2 \geq 0; 11x_1 + 5x_2 \geq 0; \\ x_1, x_2 \geq 0$$

Selesaikan masalah (S) dengan menggunakan metode simpleks, dimana dalam proses penyelesaian metode simpleks ini dibantu dengan menggunakan sebuah aplikasi yang bernama POM (*Production and Operation Management*). Sehingga akan didapatkan solusi optimal untuk masalah (S) adalah $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0.9$ dengan $Z = 108$. Jadi, $(x_1 = 0, x_2 = 0.9)$ adalah solusi efisien untuk masalah (M).

Dengan menggunakan langkah ketiga akan diperoleh $x_1 = 0, x_2 = 0.9$ dan $\tilde{z} \approx (18,25.5,31.5,36)$ adalah

solusi optimal fuzzy untuk masalah program linier fuzzy.

4. KESIMPULAN

Adapun proses menyelesaikan masalah program linier fuzzy dengan menggunakan metode level-sum sehingga diperoleh penyelesaian optimal fuzzy adalah sebagai berikut :

1. Buat sebuah crisp masalah program linier multi-objective dari masalah program linier fuzzy yang diberikan.

Misal parameter $\tilde{z}, \tilde{a}_{ij}, \tilde{c}_j, \tilde{x}_j$ dan $\tilde{b}_i$ adalah bilangan

triangular

fuzzy

$$(z_1, z_2, z_3), (p_j, q_j, r_j), (x_j, y_j, t_j), (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$$

dan (b_i, g_i, h_i) berturut-turut. Kemudian, masalah

(P) dapat dituliskan sebagai berikut :

(P)

Maksimasi

$$(z_1, z_2, z_3) \approx \sum_{n=1}^j (p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j)$$

Terhadap

kendala

$$\sum_{n=1}^j (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j) \{ \leq, \approx, \geq \} (b_i, g_i, h_i)$$

untuk

semua

$$i = 1, 2, \dots, m, (x_j, y_j, t_j) \geq 0, j = 1, 2, \dots, m$$

Dengan menggunakan operasi aritmatika dan relasi orde parsial, masalah program linier fuzzy dapat dituliskan sebagai masalah program linier multi-objective yang diberikan sebagai berikut :

(M) Maksimasi

$$z_1 = \sum_{n=1}^j \text{nilai bawah dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Maksimasi

$$z_2 = \sum_{n=1}^j \text{nilai tengah dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Maksimasi

$$z_1 = \sum_{n=1}^j \text{nilai atas dari } ((p_j, q_j, r_j) \otimes (x_j, y_j, t_j))$$

Terhadap kendala

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai bawah dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} b_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai tengah dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} g_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$\sum_{n=1}^j \text{nilai atas dari } ((a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \otimes (x_j, y_j, t_j)) \{ \leq, =, \geq \} h_i$$

, untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$;

$$z_2 \geq z_1; z_3 \geq z_2; x_j \leq y_j, j = 1, 2, \dots, m; y_j \leq t_j, j = 1, 2, \dots, m; x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m$$

2. Tentukan suatu solusi efisien untuk masalah program linier *multi-objective* berdasarkan pada langkah 1. Dengan menggunakan metode *sum-objective*[7], dan selesaikan dengan menggunakan metode simpleks.

3. Ubah solusi efisien yang didapatkan dari langkah 2 untuk masalah program linier *multi-objective* sehingga menghasilkan suatu solusi optimal *fuzzy* untuk masalah program linier *fuzzy* dengan menggunakan Teorema1.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Pandian,P.2013.*Multi-objective Programming Approach for Fuzzy Linear Programming Problems*.Vol. 7, 2013, no. 37, 1811 – 1817.
- [2] Otadi.M.2014.*Solving Fully Fuzzy Linear Programming*. Vol 6 No 1, P 19 26.
- [3] Kusumadewi, Sri dan Hari Purnomo.2004.*Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*.Yogyakarta.Graha Ilmu.
- [4] George J. Klir and Bo Yuan.*Fuzzy Sets and Fuzzy logic: Theory and Applications*.Prentice-Hall.2008.
- [5] L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control, 8 (1965), 338-353.
- [6] R. E. Bellman and L. A. Zadeh, Decision making in a fuzzy environment,Management Science, 17(1970), 141-164.
- [7] Pandian, P. 2012. A simple approach for finding a fair solution to multiobjective programming problems. *Bulletin of Mathematical Sciences & Applications*,1(2012), 25 – 30.