

Stabilitas Networked Control Systems dengan Parameter Packet Dropout

Asep Najmurokhman¹, Bambang Riyanto², Arief Syaichu-Rohman², Hendrawan²

¹Jurusan Teknik Elektro Universitas Jenderal Achmad Yani

Jl. Terusan Jenderal Sudirman PO Box 148 Cimahi 40533

Email: asepnajmu@yahoo.com

²Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesha 10 Bandung 40132

Abstrak

Networked Control Systems (disingkat NCS) adalah sebuah sistem kendali yang melibatkan jaringan komunikasi sebagai bagian dari lingkaran kendali. Perkembangan teknologi komunikasi dan kebutuhan terhadap implementasi sistem kendali dengan memanfaatkan jaringan komunikasi membuat penelitian terkait NCS tumbuh dengan pesat. Masuknya jaringan komunikasi dalam sistem kendali menyebabkan timbulnya parameter jaringan seperti waktu tunda transmisi, adanya kehilangan data, keterbatasan lebar kanal komunikasi, dan lain-lain. Parameter tersebut seringkali berubah secara stokastik dan menambah kompleksitas dalam analisis dan sintesis NCS. Makalah ini menguraikan tentang pengendali H_∞ untuk NCS dengan parameter *packet dropout* yang terjadi dalam jaringan komunikasi. Parameter tersebut dimodelkan sebagai variabel status dari suatu rantai Markov, sehingga sistem keseluruhan dipandang sebagai *markovian jump system*. Pengendalian sistem dilakukan dengan menggunakan umpan balik keadaan. Hasil utama dari penelitian yang dilaporkan dalam makalah ini berupa kondisi pertidaksamaan matriks linier yang menjamin stabilitas NCS sekaligus memenuhi performansi yang diinginkan terhadap adanya *packet dropout* dalam jaringan komunikasi. Sebuah simulasi numerik diberikan untuk memperlihatkan keefektifan dari metode yang diuraikan dalam makalah ini.

Kata kunci: *markovian jump system*, *networked control systems*, *packet dropout*, pengendali H_∞ .

I. Pendahuluan

Sebuah *networked control systems* (NCS) adalah sistem kendali yang memanfaatkan jaringan komunikasi sebagai bagian dari lingkaran kendali [Gupta & Chow (2010)]. Dalam pendekatan konvensional, analisis dan sintesis sistem kendali mengasumsikan bahwa transmisi data yang dikirimkan antar komponen atau bagian dalam sistem berlangsung *real time*, tanpa waktu tunda, dan transmisi data sempurna. Masuknya jaringan komunikasi dalam sistem kendali menyebabkan asumsi tersebut tidak berlaku lagi, karena adanya parameter jaringan yang muncul seperti waktu tunda transmisi, adanya kehilangan paket data saat dikirim, keterbatasan kanal komunikasi, dan sebagainya [Montestruque & Antasklis (2004)]. Keberadaan parameter tersebut membuat analisis dan perancangan pengendali untuk NCS menjadi lebih rumit. Heemels & van de Wouw (2010) menyimpulkan beberapa parameter jaringan yang harus dipertimbangkan meliputi waktu tunda transmisi data yang bervariasi,

adanya kemungkinan data hilang (yang disebut *packet dropout*) di tengah jalan akibat ketidakhandalan jaringan, adanya *error* kuantisasi disebabkan keterbatasan panjang kata (*finite word length*), interval pencacahan yang berubah-ubah secara acak, dan penggunaan bersama jaringan oleh beberapa komponen (*multinodes*). Parameter jaringan berpotensi menurunkan kinerja sistem lingkaran tertutup bahkan menghasilkan sistem yang tidak stabil.

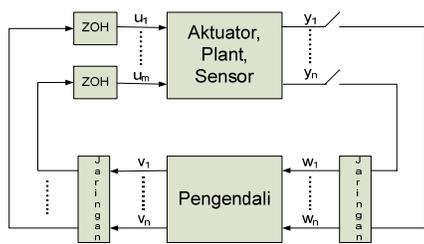
Packet dropout adalah salahsatu isu penting dalam NCS. Hal tersebut bisa disebabkan melimpahnya data di jaringan, adanya antrian data yang dikirim, atau jalur yang tidak handal saat transmisi data antar bagian dalam NCS. Dengan demikian, *packet dropout* harus dipertimbangkan dalam analisis stabilitas dan desain pengendali untuk NCS. Ada dua pendekatan dalam mempertimbangkan *packet dropout* untuk NCS [Sun & Qin (2011)]. Pendekatan pertama mengadopsi pemodelan sistem dinamis tak sinkron dengan membangun kriteria untuk memverifikasi apakah NCS yang dibangun tetap stabil pada kondisi *packet dropout* tertentu. Pendekatan lainnya menggunakan

model sistem *switched* dimana *packet dropout* dipandang sebagai sinyal *switching* berhingga dan acak. Berdasarkan teori dalam sistem *switched*, kondisi stabil dan stabilisasi sistemnya diturunkan melalui formulasi pertidaksamaan matriks linier.

II. Pemodelan Networked Control Systems

2.1 Pemodelan umum

Secara sederhana, diagram blok NCS diilustrasikan pada gambar 1. Sinyal u menandai sinyal input ke aktuator, sedangkan sinyal y adalah sinyal hasil pengukuran sensor. Sinyal w digunakan untuk memberi identitas pada sinyal masukan ke pengendali, sedangkan sinyal v berupa sinyal output pengendali.

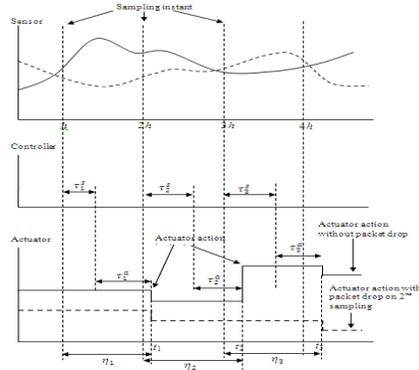


Gambar 1. Diagram blok NCS

Dalam pendekatan konvensional, sinyal hasil pengukuran sensor y diasumsikan berharga sama dengan sinyal w . Hal yang sama berlaku juga untuk sinyal v dan u . Keberadaan jaringan komunikasi dalam NCS menyebabkan dua sinyal tersebut tidak lagi sama. Hal tersebut terjadi karena adanya waktu tunda transmisi data atau adanya kemungkinan paket data yang hilang akibat antrian data yang panjang atau melimpahnya data sehingga melebihi kapasitas jaringan. Pemodelan NCS mengasumsikan beberapa hal berikut [Huang & Nguang (2009)]:

- (a) sensor bekerja dengan prinsip *time-driven*, artinya data sinyal keluaran diambil secara periodik,
- (b) pengendali bekerja dengan prinsip *event-driven*, artinya sinyal kendali dihitung sesaat setelah data sensor diterima,
- (c) aktuator bekerja dengan prinsip *event-driven*, artinya sinyal kendali diberikan kepada aktuator setelah data baru dari pengendali diterima oleh aktuator.

Diagram waktu spesifik yang menggambarkan mekanisme kerja dari sensor, pengendali, dan aktuator dalam NCS dilukiskan pada gambar 2 [Ridwan & Riyanto (2011)]. Perhatikan bahwa adanya waktu tunda transmisi data dari sensor ke pengendali (τ_i^s) dan dari pengendali ke aktuator (τ_i^a) menyebabkan sinyal yang dikirimkan ke *plant* terlambat sebesar $\tau_i^s + \tau_i^a$. Keterlambatan respon sinyal kendali akan lebih lama apabila terjadi kehilangan paket data selama transmisi (*packet dropout*).



Gambar 2. Diagram waktu NCS

Packet dropout sebagai salahsatu parameter jaringan dapat dimodelkan secara stokastik ataupun deterministik [Hespanha, Naghshtabrizi & Yu (2007)]. Jika *packet dropout* terjadi maka data yang digunakan oleh komponen berikutnya dalam NCS menggunakan data sebelumnya [Seiler & Sengupta (2001), Zhang, Branicky & Philips (2001)]. Dengan demikian, relasi antara sinyal y dan w serta u dan v dapat dituliskan masing-masing dalam bentuk berikut:

$$w(k) = \theta_k y(k) + (1 - \theta_k) y(k - 1) = \begin{cases} y(k), & \theta_k = 1 \\ y(k - 1), & \theta_k = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$u(k) = \theta_k v(k) + (1 - \theta_k) v(k - 1) = \begin{cases} v(k), & \theta_k = 1 \\ v(k - 1), & \theta_k = 0 \end{cases} \quad (2)$$

dengan $\theta_k = 1$ menyatakan paket data diterima dengan sempurna sedangkan $\theta_k = 0$ terjadi *packet dropout*. Hadjicostis & Touri (2002) menggunakan asumsi bahwa sinyal data berharga nol saat terjadi *packet dropout*, yaitu $w(k) = \theta_k y(k)$ atau $u(k) = \theta_k v(k)$. Seiler dan Sengupta [] membahas *packet dropout* yang bersifat acak. Dalam formulasinya, θ_k merupakan proses Bernoulli dengan probabilitas dropout (yaitu $\theta_k = 0$) ditandai dengan $\alpha \in [0, 1)$. Dengan model ini, sistem dapat dipandang sebagai sebuah kelas khusus dari *markovian jump system* (MJS), yaitu sistem yang representasi ruang statusnya mengandung variabel status yang memenuhi rantai Markov.

2.2 Analisis NCS

Analisis dan sintesis sistem melalui pendekatan MJS dimulai dengan menyatakan dinamika sistemnya melalui persamaan ruang status dengan entri-entri matriks-matriks sistemnya fungsi dari status rantai Markovnya. Status tersebut biasanya disebut mode sistem dan menyatakan kondisi operasi sistem. Representasi MJS kemudian menjadi lengkap dengan mendefinisikan himpunan yang membangun status sekaligus probabilitas transisi variabel status tersebut. Persamaan ruang status sistem dinyatakan dalam bentuk diskrit berikut :

$$\begin{cases} x(k + 1) = A(\theta_k)x(k) + B(\theta_k)u(k) \\ y(k) = C(\theta_k)x(k) + D(\theta_k)u(k) \end{cases} \quad (3)$$

dengan $x(k)$ menyatakan variabel status sistem, $u(k)$ adalah sinyal input ke sistem, $y(k)$ menandai sinyal output dari sistem, dan θ_k adalah status dari rantai Markov yang terdefinisi dalam himpunan $S = \{1, 2, \dots, N\}$ dan probabilitas transisi dari satu status ke status lain ditandai dengan p_{ij} dengan i dan j adalah anggota dari himpunan S . Nilai untuk p_{ij} adalah antara 0 dan 1 serta jumlah probabilitas transisi dari satu status tertentu ke status lainnya berharga 1 atau $\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1$. Untuk memudahkan penulisan, setiap matriks sistem ditandai dengan $A_i, B_i, C_i,$ dan D_i , saat statenya bernilai $\theta_k = i$. Konsep penting yang berhubungan dengan model MJS adalah kestabilan. Dalam konteks MJS, ada beberapa definisi kestabilan yang sifatnya ekuivalen [Geromel, Goncalves, & Fioravanti (2009), Seiler & Seingupta (2005)]. Definisi kestabilan tersebut dinyatakan dalam bentuk berikut :

Definisi 1. Tinjau persamaan (3) dengan sinyal kendali $u(k) = 0$ untuk semua k dan kondisi awal $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, \theta_0 \in S$. Sistem tersebut bersifat :

- (a) *Mean square stable* (MSS) jika untuk seluruh kondisi mula (x_0, θ_0) berlaku $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathcal{E}\{x(k)'x(k)|x_0, \theta_0\} = 0$ (4)
- (b) *Stochastically stable* (SS) jika untuk seluruh kondisi mula (x_0, θ_0) berlaku $\mathcal{E}\{\sum_{k=0}^{\infty} x(k)'x(k)|x_0, \theta_0\} < \infty$ (5)
- (c) *Exponentially MSS* (EMSS) jika untuk seluruh kondisi mula (x_0, θ_0) terdapat bilangan $0 < \alpha < 1$ dan $\beta > 0$ sehingga terpenuhi bentuk $\mathcal{E}\{x(k)'x(k)|x_0, \theta_0\} < \beta \alpha^k x_0'x_0$ (6)

Seluruh definisi tersebut dalam beberapa literature, misalnya dalam Geromel, Goncalves, & Fioravanti (2009) dan Seiler & Seingupta (2005), dirujuk sebagai *second-moment stability* (SMS). Selanjutnya, metode untuk memeriksa kestabilan MJS dapat dilakukan dengan menerapkan analisis kestabilan melalui pengujian fungsi Lyapunov yang dinyatakan dalam definisi berikut:

Definisi 2. Sebuah sistem MJS bersifat stabil apabila terdapat fungsi Lyapunov $V(x(k)) = x'(k)P_i x(k)$ yang memenuhi syarat berikut:

- $V(x(k)) > 0$
- $\Delta V(x(k+1)) = V(x(k+1)) - V(x(k)) < 0$

Definisi tersebut diambil dari referensi Costa, Fragoso & Marques (2005) halaman 22. Dengan menggunakan definisi tersebut, pengujian kestabilan sistem MJS dinyatakan dalam proposisi berikut:

Proposisi 1. Sebuah sistem MJS (3) dengan $u(k) = 0$ bersifat stabil apabila terdapat sebuah matriks simetrik definit positif P_i yang memenuhi pertidaksamaan berikut

$$A_i' P_i A_i - P_i < 0 \tag{7}$$

untuk seluruh $i \in S$. P_{pi} adalah sebuah matriks yang terbentuk dari P_i setelah dikalikan dengan probabilitas transisi dari rantai Markov-nya dan dinyatakan dalam bentuk

$$P_{pi} = \sum_{j=1}^N p_{ij} P_j \tag{8}$$

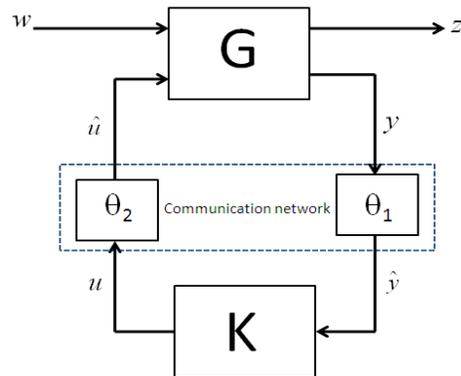
Bukti:

Proposisi 1 diatas dapat dibuktikan dengan mengambil sebuah fungsi Lyapunov $V(x(k)) = x'(k)P_i x(k)$ dan menguji $\Delta V(x(k+1)) < 0$ sepanjang persamaan keadaan $x(k+1) = A_i x(k)$.

Untuk kasus sistem linier deterministik, matriks $P_{pi} = P_i$ dan bernilai konstan, sehingga pertidaksamaan matriks (7) berbentuk $A'PA - P < 0$. Dengan demikian, kestabilan suatu MJS dijamin apabila dapat ditemukan sebuah matriks definit positif P yang memenuhi pertidaksamaan matriks (7) untuk seluruh mode pada rantai Markovnya.

Tinjau diagram blok NCS yang diperlihatkan pada gambar 3. Persamaan ruang keadaan sistem tersebut dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$G \begin{cases} x(k+1) = A(\theta_k)x(k) + B_1(\theta_k)u(k) + B_2(\theta_k)w(k) \\ z(k) = C_z(\theta_k)x(k) + D_z(\theta_k)u(k) + E_z(\theta_k)w(k) \\ y(k) = C_y(\theta_k)x(k) + E_y(\theta_k)w(k) \end{cases} \tag{9}$$



Gambar 3. NCS dengan parameter jaringan θ_k

$x(k) \in \mathbb{R}^n, u(k) \in \mathbb{R}^m, w(k) \in \mathbb{R}^p, z(k) \in \mathbb{R}^r$ masing-masing menyatakan variabel status sistem, input kendali, sinyal gangguan, dan keluaran yang dikendalikan. Matriks-matriks pada persamaan (9) bergantung kepada rantai Markov yang setiap modenya anggota dari suatu himpunan berhingga $S = \{1, 2, \dots, N\}$ dan probabilitas transisi dari satu mode ke mode lainnya ditandai dengan p_{ij} dengan i dan j adalah anggota dari himpunan S .

Definisi berikut menyatakan norm H_∞ dari MJS yang persamaan ruang statusnya dinyatakan oleh persamaan (9). Definisi formalnya adalah sebagai berikut:

Definisi 3. Norm H_∞ untuk sistem stabil G dari input w ke output z diberikan oleh

$$\|G\|_{\infty}^2 = \sup_{w \neq 0, \theta_k \in S} \frac{\|z\|_2^2}{\|w\|_2^2} \quad (10)$$

dengan

$$\|\xi\|_2^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{E}\{\xi'(k)\xi(k)\} \quad (11)$$

dan $\mathcal{E}\{\cdot\}$ menandai operator ekspektasi matematis. Lemma berikut diberikan oleh Geromel, Goncalves, & Fioravanti (2009) menyatakan cara menghitung norm H_{∞} sebuah MJS (9).

Lemma 1. Sistem G bersifat stabil dan memenuhi batasan norm $\|G\|_{\infty}^2 < \gamma$ jika dan hanya jika terdapat matriks definit positif P_i yang memenuhi pertidaksamaan matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} A_i & B_{zi} \\ C_{zi} & E_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{pi} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i & B_{zi} \\ C_{zi} & E_{zi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_i & 0 \\ 0 & \gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

untuk seluruh $i \in S$.

Bukti:

Lihat Lemma 2.7 pada referensi Geromel, Goncalves, & Fioravanti (2009).

Dengan menggunakan komplemen Schur, pencarian norm $\|G\|_{\infty}^2$ dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$\|G\|_{\infty}^2 = \inf_{(\gamma, P_i) \in \Psi} \gamma \quad (13)$$

dengan Ψ adalah himpunan seluruh matriks definit positif P_i dan $\gamma \in \mathfrak{R}$ sedemikian sehingga pertidaksamaan matriks berikut

$$\begin{bmatrix} P_i & 0 & A_i' P_{pi} & C_{zi}' \\ * & \gamma I & B_{zi}' P_{pi} & E_{zi}' \\ * & * & P_{pi} & 0 \\ * & * & * & I \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

terpenuhi untuk seluruh $i \in S$. Tanda bintang (*) pada entri matriks menandai simetri.

2.3 Sintesis NCS

Bagian ini menjelaskan tentang perancangan pengendali untuk NCS agar sistem lingkaran tertutupnya bersifat stabil sekaligus mencapai performansi tertentu yang dinyatakan dengan norm H_{∞} . Tinjau persamaan ruang keadaan pengendali K sebagai berikut:

$$K: \begin{cases} x_c(k+1) = A_c(\theta_k)x_c(k) + B_c(\theta_k)y(k) \\ u(k) = C_c(\theta_k)x_c(k) + D_c(\theta_k)y(k) \end{cases} \quad (15)$$

dengan $x_c(k) \in \mathfrak{R}^n$, $x_c(0) = 0$, dan matriks-matriks A_{ci} , B_{ci} , C_{ci} , serta D_{ci} dimensinya bersesuaian dengan sinyal-sinyal tersebut. Tujuan dari sintesis pengendali ini adalah menemukan matriks-matriks pengendali tersebut sehingga norm H_{∞} dari sistem lingkaran tertutupnya minimal. Untuk mendapatkan itu, langkah awal dengan mengkoneksikan persamaan ruang status sistem (9) dengan persamaan pengendali (15), sehingga diperoleh bentuk sistem kendali lingkaran tertutup sebagai berikut:

$$GK: \begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}(\theta_k)\tilde{x}(k) + \tilde{B}(\theta_k)w(k) \\ z(k) = \tilde{C}(\theta_k)\tilde{x}(k) + \tilde{E}(\theta_k)w(k) \end{cases} \quad (16)$$

dengan $\tilde{x}(k)$ menyatakan variabel status gabungan (*augmented state*) antara status sistem dan pengendalinya yang berbentuk

$$\tilde{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix} \quad (17)$$

serta matriks-matriks sistem lingkaran tertutupnya berbentuk

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i + B_i D_{ci} C_{yi} & B_i C_{ci} \\ B_{ci} C_{yi} & A_{ci} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_{2i} + B_{1i} D_{ci} E_{yi} \\ B_{ci} E_{yi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\tilde{C}_i = [C_{zi} + D_{zi} D_{ci} C_{yi} \quad D_{zi} C_{ci}] \quad (20)$$

$$\tilde{E}_i = E_{zi} + D_{zi} D_{ci} + E_{yi} \quad (21)$$

Dengan memanfaatkan Lemma 1, desain pengendali untuk menghasilkan sistem lingkaran tertutup (16) bersifat stabil dan memiliki norm $H_{\infty} < \gamma$ dapat dinyatakan dalam proposisi berikut.

Proposisi 2. Sistem lingkaran tertutup (16) bersifat stabil dan $\|GK\|_{\infty}^2 < \gamma$ jika dan hanya jika terdapat matriks definit positif \tilde{P}_i yang memenuhi pertidaksamaan matriks (22)

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_i & 0 & \tilde{A}_i' & \tilde{C}_i' \\ * & \gamma I & \tilde{B}_i' & \tilde{E}_i' \\ * & * & \tilde{P}_i^{-1} & 0 \\ * & * & * & I \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

untuk seluruh $i \in S$.

Bukti:

Pertidaksamaan matriks (22) diperoleh dengan memanfaatkan Lemma 1 terutama bentuk pertidaksamaan matriks (14) dengan mensubstitusi matriks-matriks lingkaran tertutup (18)-(21) kemudian menerapkan komplemen Schur terhadap pertidaksamaan matriks tersebut.

Dengan memperhatikan pertidaksamaan matriks (22), pengendali dengan orde yang sama dengan orde plant G, yang disebut *full order controller*, akan menghasilkan sistem lingkaran tertutup GK dengan jumlah orde dua kali lipat dari plant G. Dengan demikian, perhitungan norm H_{∞} untuk sistem lingkaran tertutup memerlukan matriks simetrik berdimensi $2n \times 2n$, sehingga memberikan kompleksitas tersendiri dalam komputasi numeriknya. Dengan teknik linierisasi pada matriks \tilde{P}_i seperti diberikan dalam Najmurokhman, Riyanto, Rohman & Ortega (2010) maka akan didapat persamaan matriks yang menyatakan syarat perlu dan cukup agar sistem lingkaran tertutup GK bersifat stabil dan norm H_{∞} -nya kurang dari γ seperti dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema. Sebuah pengendali linier dengan umpan balik output dalam bentuk (15) serta terdapat matriks \tilde{P}_i yang memenuhi persamaan matriks (22) dan norm $\|GK\|_{\infty}^2 < \gamma$ jika dan hanya jika terdapat matriks simetrik X_i , Y_i , Z_{ij} , dan matriks M_i , L_i , F_i , K_i , dan H_i yang memenuhi pertidaksamaan matriks berikut

$$\begin{bmatrix} Y_i & I & 0 & Y_i A'_i + L'_i B'_i & M'_i & Y_i C'_{zi} + L'_i D'_{zi} \\ * & X_i & 0 & A'_i + C'_{yi} K'_i B'_i & A'_i X_{pi} + C'_{yi} F'_i & C'_{zi} + C'_{yi} K'_i D'_{zi} \\ * & * & \gamma I & B'_{2i} + E'_{yi} K'_i B'_i & B'_{2i} X_{pi} + E'_{yi} F'_i & E'_{zi} + E'_{yi} K'_i D'_{zi} \\ * & * & * & H_i + H'_i - Z_{pi} & I & 0 \\ * & * & * & * & X_{pi} & 0 \\ * & * & * & * & * & I \end{bmatrix} > \quad (23)$$

dan

$$\begin{bmatrix} Z_{ij} & H_i \\ * & Y_j \end{bmatrix} > 0 \quad (24)$$

untuk seluruh $i \in S$.

Apabila pertidaksamaan matriks (23)-(24) dapat dipecahkan, maka desain pengendalinya dapat dikonstruksi sebagai berikut :

- (1) Matriks pengendali dicari dari komposisi matriks berikut :

$$\begin{bmatrix} A_{ci} & B_{ci} \\ C_{ci} & D_{ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{pi} & X_{pi} B_{1i} \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_i - X_{pi} A_i Y_i & F_i \\ L_i & K_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_i & 0 \\ C_{yi} Y_i & I \end{bmatrix}^{-1} \quad (25)$$

- (2) Matriks U_{pi} dan X_{pi} diperoleh dari bentuk berikut

$$U_{pi} = \sum_{j=1}^N p_{ij} U_j \quad (26)$$

$$X_{pi} = \sum_{j=1}^N p_{ij} X_j \quad (27)$$

dengan

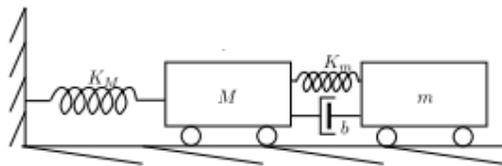
$$U_i = Y_i^{-1} - X_i \quad (28)$$

dan

$$V_i = Y_i \quad (29)$$

III. Simulasi numerik

Bagian ini menguraikan simulasi numerik untuk memperlihatkan keefektifan dari hasil-hasil yang diperoleh secara teoretis. Data yang digunakan dalam simulasi ini diperoleh dari Geromel, Goncalves, & Fioravanti (2009) berupa sistem massa pegas yang diperlihatkan secara skematik pada gambar 3. Dalam simulasi ini, kecepatan dan posisi massa m dikendalikan menggunakan media jaringan komunikasi melalui pengolahan informasi kecepatan dan posisi massa M .



Gambar 3. Sistem massa pegas

Mengikuti gambar 3, *packet dropout* untuk transmisi data dari sensor ke pengendali ditandai dengan θ_1 sedangkan *packet dropout* untuk transmisi data dari pengendali ke aktuator dinyatakan dengan θ_2 . Dengan parameter tersebut, statusnya dapat dituliskan dalam bentuk berikut:

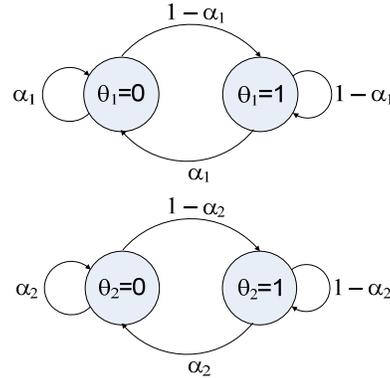
$$\theta_i = \begin{cases} 0, & \text{terjadi } \textit{packet dropout} \\ 1, & \text{seluruh paket diterima} \end{cases}$$

Saat terjadi *packet dropout*, nilai sinyal yang bersesuaian akan dinyatakan sebagai nilai nol, seperti yang dibuat oleh Hadjicostis & Touri (2002). Empat buah status Markov (mode sistem) yang muncul dalam model tersebut diberikan dalam tabel 1.

Tabel 1. Status Markov

Mode	θ_1	θ_2
1	0	0
2	0	1
3	1	0
4	1	1

Rantai Markov untuk memodelkan *packet dropout* dalam jaringan komunikasi diberikan dalam gambar 4, dengan α_i menyatakan probabilitas transisi dari sembarang status ke status saat terjadi *packet dropout* sedangkan probabilitas transisi dari sembarang status ke status saat data ditransmisikan sempurna sama dengan $1-\alpha_i$.



Gambar 4. Rantai Markov dua status untuk memodelkan *packet dropout*

Persamaan ruang status kontinu dalam bentuk (9) untuk sistem tersebut adalah sebagai berikut:

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30.0 & 10.0 & -0.36 & 0.36 \\ 5.0 & -5.0 & 0.18 & -0.18 \end{pmatrix}$$

$$B_{12} = B_{14} = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$$

$$B_{11} = B_{13} = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$

$$B_{2i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C_{zi} = \begin{pmatrix} 0 & 50.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_{z2} = D_{z4} = (0 \ 0 \ 1)^T \quad D_{z1} = D_{z3} = (0 \ 0 \ 0)^T$$

$$C_{y2} = C_{y4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

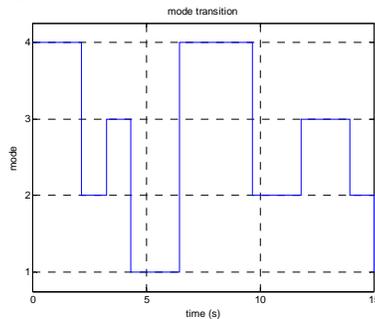
$$C_{y1} = C_{y3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_{y2} = E_{y4} = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0.125 \end{pmatrix}$$

$$E_{y1} = E_{y3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_{zi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Indeks i dalam setiap matriks bersesuaian dengan mode sistem dalam rantai Markovnya, sehingga $i \in \{1,2,3,4\}$. Dalam simulasi diambil transisi antar mode seperti diperlihatkan dalam gambar 5.



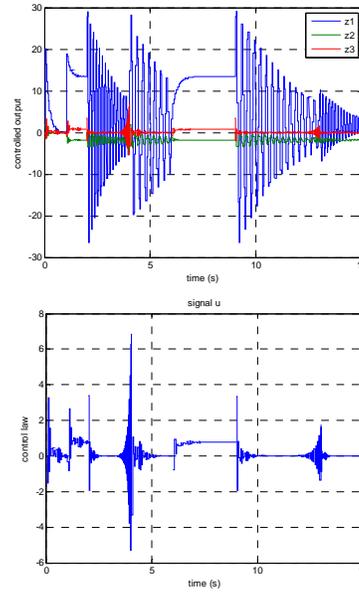
Gambar 5. Transisi antar mode

Dengan menerapkan algoritma untuk mencari pengendali diperoleh respon output dan pengendali masing-masing diberikan dalam gambar 6. Simulasi tersebut memperlihatkan bahwa algoritma yang dirancang untuk membangun pengendali cukup efektif menghasilkan kestabilan *networked control systems* dengan parameter *packet dropout* dalam jaringan komunikasi.

IV. Kesimpulan

Makalah ini telah menguraikan perancangan pengendali H_∞ untuk *networked control systems* dengan parameter *packet dropout* dalam jaringan komunikasi. Sebuah pengendali yang menstabilkan sistem lingkaran tertutup serta memenuhi kinerja yang diinginkan untuk *networked control systems* dengan *packet dropout* dapat ditemukan apabila pertidaksamaan matriks linier yang bersesuaian dapat dipecahkan atau memiliki solusi. Algoritma untuk mengkonstruksi pengendali tersebut juga telah diberikan. Sebuah simulasi numerik diperlihatkan untuk mendemonstrasikan keefektifan dari algoritma tersebut.

Penelitian berikutnya yang sedang dikerjakan adalah menurunkan pengendali *robust* untuk kasus yang sama yang mempertimbangkan aspek *robustness* terhadap ketidakpastian parameter sistem dan ketidaklengkapan elemen dalam probabilitas transisi rantai Markovnya.



Gambar 6. Respon output dan sinyal pengendali

Daftar Pustaka

- O.L.V. Costa, M.D. Fragoso and R.P. Marques, *Discrete-Time Markov Jump Linear Systems*, Springer-Verlag, London, UK, 2005.
- C. Geromel, A. P. C. Goncalves, A. R. Fioravanti, "Dynamic Output Feedback Control of Discrete-Time Markov Jump Linear Systems Through Linear Matrix Inequalities", *SIAM Journal on Control Optim.* Vol. 48, no. 2, 2009, pp. 573–593.
- R. A. Gupta & M. Y. Chow, "Networked Control Systems : Overview and Research Trends", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 7, pp. 2527 – 2535, July 2010.
- C. N. Hadjicostis & R. Touri, "Feedback Control Utilizing Packet Dropping Network Links", *Proc. 41th CDC*, Dec. 2002, Vol. 2, pp. 1205-1210.
- W. P. M. H. Heemels & N. van de Wouw, "Stability and Stabilization of Networked Control Systems" in A. Bemporad, *et al* (eds), "*Networked Control Systems*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, pp. 203 – 253.
- J. P. Hespanha, P. Naghshtabrizi and Y. Xu, "A Survey of Recent Results in Networked Control Systems", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95, No.1, January 2007, pp. 138-162.
- D. Huang & S. K. Nguang, "*Robust Control for Uncertain Networked Control Systems with Random Delays*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009, halaman 17.
- A. Najmurokhman, B. Riyanto, A. S. Rohman & R. Ortega, "Output Feedback Controller for Dissipative Networked Control Systems via Markovian Jump System Approach", *Proc. International Conf. on Intelligent Unmanned Systems*, 3 – 4 Nov. 2010, Bali, Indonesia.
- W. Ridwan dan B. Riyanto, " H_∞ control synthesis for Networked Control Systems with Time Delay System Approach", *Proc. International Conf. on Electr. Eng. and Informatics*, 17 – 19 July 2011, ITB, Bandung.
- P. Seiler & R. Sengupta, "Analysis of Communication Losses in in Vehicle Control Problems", *Proc. 2001 American Control Conf.* June 2001, Vol. 2, pp. 1491-1496.
- , "An H_∞ Approach to Networked Control", *IEEE Trans. on Automatic Control* Vol. 50, no. 3, March 2005, pp. 356-364.
- Y. G. Sun and S. Y. Qin, "Stability and Stabilization of Networked Control Systems with Bounded Packet Dropout", *Acta Automatica Sinica*, vol 37, no. 1, January 2011, pp. 113-118.
- W. Zhang, M. S. Branicky & S. M. Phillips, "Stability of Networked Control Systems", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 21, no. 1, pp. 84-99, Feb. 2001.