

Kajian Grup *Solvable* pada Senyawa *Ethylene*

Ema Carnia¹, Sisilia Sylviani², Elah Dewia³

¹Departemen Matematika, Universitas Padjadjaran, Sumedang 45363

E-mail : ema.carnia@unpad.ac.id

²Departemen Matematika, Universitas Padjadjaran, Sumedang 45363

E-mail : sisilia.sylviani@unpad.ac.id

³Departemen Matematika, Universitas Padjadjaran, Sumedang 45363

E-mail : elahdewia21@gmail.com

ABSTRAK

Dalam paper ini akan dikaji keterkaitan antara ilmu Matematika khususnya teori grup hingga dengan ilmu Kimia. Dalam hal ini secara khusus akan diambil senyawa *Ethylene* yang merupakan salah satu jenis senyawa hidrokarbon dengan ikatan karbon rangkap yang paling sederhana. Senyawa *Ethylene* memiliki total 8 operasi simetri. Himpunan semua operasi simetri tersebut dilengkapi dengan operasi komposisi fungsi akan membentuk grup yang dinamakan grup poin D_{2h} . Metode yang digunakan berupa studi literatur yang bersumber pada buku teks dan jurnal. Dari sudut pandang aljabar, grup poin tersebut memiliki total 12 subgrup normal. Selanjutnya dari subgrup normal tersebut dapat diperoleh 9 rantai subgrup normal yang setiap grup faktornya merupakan grup Abel. Dengan demikian, grup poin senyawa *Ethylene* merupakan grup *solvable*.

Kata Kunci

Ethylene, grup Abel, grup poin, grup *solvable*, operasi simetri, subgrup normal

1. PENDAHULUAN

Ethylene merupakan hormon gas tanaman yang banyak mempengaruhi proses perkembangan dan respons kebugaran khususnya pada proses pematangan buah. *Ethylene* berpengaruh juga terhadap nilai gizi dari suatu buah-buahan. Kandungan vitamin C dan vitamin A secara signifikan lebih tinggi pada buah yang matang dengan bantuan hormon *Ethylene* dibandingkan dengan buah yang matang dengan sendirinya^[1].

Ethylene dikatakan sebagai hormon karena memenuhi syarat atau ketentuan sebagai hormon. Selain berperan penting dalam pematangan buah, *Ethylene* juga mempunyai pengaruh dalam pengguguran bunga dan daun, absorpsi daun dan responsif terhadap stres serta serangan patogen. Hormon ini secara signifikan dapat meningkatkan perkecambahan biji beberapa tanaman obat seperti Purple coneflower^[2].

Di dalam kehidupan sehari-hari, senyawa *Ethylene* memiliki banyak manfaat. Jika ditinjau dari bentuk geometrinya yang sederhana dengan ikatan karbon rangkap, maka senyawa ini akan memiliki beberapa elemen dan operasi simetri yang berlaku di dalamnya.

Operasi simetri merupakan pergerakan terhadap suatu objek sehingga posisi dan arah objek sebelum dan sesudah dilakukan pergerakan mempunyai konfigurasi yang tidak dapat dibedakan. Elemen simetri merupakan kesatuan geometris seperti garis, bidang, atau titik, sehubungan dengan hal itu maka satu atau lebih operasi simetri dapat dilakukan. Elemen simetri dan operasi simetri sangat erat kaitannya karena operasi simetri dapat

didefinisikan hanya berkenaan dengan elemen simetri, dan pada saat bersamaan keberadaan elemen simetri hanya dapat ditunjukkan dengan menunjukkan bahwa terdapat operasi simetri yang bersesuaian. Jadi, karena keberadaan elemen bergantung pada adanya operasi dan sebaliknya, maka jenis elemen dan operasi simetri akan dibahas secara bersamaan^[3]. Operasi simetri yang sering ditemui pada struktur kimia, diantaranya adalah identitas (E), pusat inversi (i), sumbu putar simetri (C_n), bidang cermin (σ), dan sumbu rotasi-refleksi (S_n)^[4]. Berikut ini dijelaskan pengertian dari masing-masing operasi simetri:

1. E (Identitas). Setiap molekul memiliki operasi identitas yang menyebabkan tidak adanya perubahan pada suatu molekul.
2. C_n (Sumbu rotasi). Apabila terhadap suatu objek atau molekul dilakukan rotasi sebesar $2\pi/n$ dengan subskrip n menunjukkan order dari sumbu, maka akan memberikan konfigurasi objek yang ekuivalen. Rotasi dikatakan positif apabila searah dengan jarum jam yang dinotasikan dengan C_n^+ dan dikatakan negatif apabila berlawanan arah dengan jarum jam yang dinotasikan dengan C_n^- .
3. σ (Bidang cermin). Operasi simetri suatu bidang simetri yaitu berupa refleksi (pencerminan) oleh bidang yang menghasilkan konfigurasi objek yang ekuivalen. Ada 3 jenis bidang cermin yaitu :
 - a. σ_h merupakan bidang cermin yang tegak lurus terhadap sumbu utama rotasi.
 - b. σ_v merupakan bidang cermin yang memuat sumbu utama rotasi.
 - c. σ_d merupakan bidang cermin dihedral, dibuat oleh sumbu utama rotasi dan dua C_2 yang berdekatan

dengan sumbu yang tegak lurus dengan sumbu utama rotasi.

4. S_n (Sumbu rotasi-refleksi). Operasi simetri S_n terjadi dalam dua tahap, yang pertama rotasi sebesar $2\pi/n$ kemudian diikuti oleh refleksi terhadap bidang cermin yang tegak lurus dengan sumbu rotasi.
5. i (Pusat inversi). Pusat inversi atau pusat simetri adalah refleksi suatu objek terhadap titik pusat inversi dengan mengubah koordinat (x, y, z) ke koordinat $(-x, -y, -z)$ ^[3].

Teori grup yang dikembangkan dalam cabang ilmu matematika, memiliki peranan penting salah satunya dalam mengidentifikasi sifat-sifat simetri suatu molekul. Teori ini dapat menjelaskan operasi simetri dan dapat digunakan untuk menentukan orbital molekul, vibrasi molekul serta karakter-karakter lainnya. Dalam matematika, istilah grup didefinisikan sebagai himpunan elemen seperti objek, kuantitas, operasi dan sebagainya yang harus memenuhi beberapa aksioma. Jika elemen dari grup tersebut berupa operasi simetri maka grup tersebut dinamakan grup poin.

Lebih lanjut pada paper ini akan dikaji mengenai senyawa *Ethylene* dilihat dari sudut pandang teori grup khususnya terkait dengan grup *solvable*. Grup *solvable* ini menunjukkan eksistensi dari rantai subgrup normal pada suatu grup hingga dimana grup faktor pada rantai tersebut merupakan grup Abel.

Grup G dikatakan *solvable* jika terdapat rantai hingga dari subgrup normal $G_0 \subseteq G_1 \subseteq \dots \subseteq G_n = G$ sedemikian sehingga G_{i+1}/G_i adalah grup Abel untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ^[5].

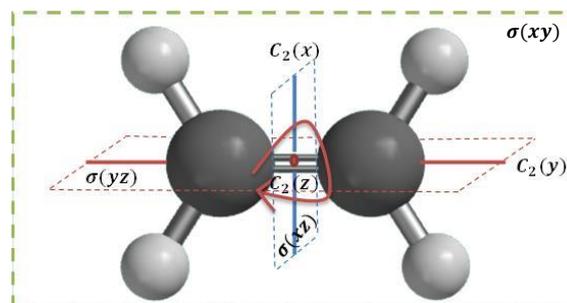
2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah dengan studi literatur, yang bersumber dari buku teks dan jurnal dengan objek penelitian berupa senyawa *Ethylene*. Alur penelitian ini dimulai dengan menentukan semua operasi simetri yang ada pada senyawa *Ethylene*, yakni: E , $C_2(z)$, $C_2(y)$, $C_2(x)$, i , $\sigma(xy)$, $\sigma(xz)$, dan $\sigma(yz)$. Selanjutnya semua operasinya dihimpun dandikenakan operasi komposisi fungsi sehingga membentuk grup poin D_{2h} . Pada akhirnya dibuktikan bahwa grup poin dari senyawa *Ethylene* merupakan grup *solvable*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Ethylene merupakan salah satu jenis senyawa hidrokarbon yang memiliki rumus kimia C_2H_4 dengan nama IUPAC (*International Union of Pure and Applied Chemistry*) adalah Etena, yang termasuk ke dalam jenis olefin paling sederhana dan ada dalam keadaan gas di bawah kondisi sekitar^[6,7]. Olefin atau alkena dalam kimia organik adalah hidrokarbon tak jenuh dengan sebuah ikatan rangkap dua antara atom karbon^[8].

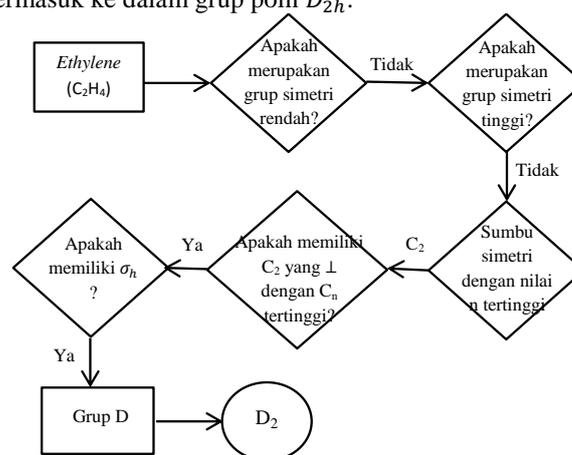
Ethylene berwujud gas tidak berwarna pada kondisi lingkungan normal, serta memiliki bau yang segar. Senyawa ini memiliki total 8 operasi simetri yang berlaku, diantaranya adalah operasi identitas (E), rotasi sebesar 180° terhadap sumbu x ($C_2(x)$), y ($C_2(y)$), dan z ($C_2(z)$), inversi (i) dan operasi bidang horizontal ($\sigma(xy)$), bidang vertikal ($\sigma(xz)$) serta bidang dihedral ($\sigma(yz)$).



Sumber: <http://web.chem.ucla.edu/~harding/IGOC/E/ethylene.html>

Gambar 1. Bentuk geometri molekul senyawa *Ethylene*

Himpunan semua operasi simetri yang berlaku pada senyawa *Ethylene* yang dilengkapi dengan operasi komposisi fungsi akan membentuk suatu grup yang dinamakan sebagai grup poin. Untuk mengidentifikasi jenis grup poin pada senyawa *Ethylene* dimulai dengan menentukan apakah senyawa ini termasuk grup simetri rendah atau tinggi. Selanjutnya menentukan sumbu rotasi dengan harga n tertinggi dari operasi simetri C_n yang ada pada senyawa *Ethylene*, lalu menentukan apakah senyawa ini memiliki operasi simetri C_2 yang tegak lurus dengan operasi sumbu simetri yang telah ditentukan sebelumnya. Jika ya, maka senyawa ini termasuk grup simetri D . Kemudian menentukan apakah senyawa tersebut memiliki operasi simetri bidang cermin yang tegak lurus dengan sumbu rotasi tertinggi dari operasi simetri C_n . Karena terpenuhi, maka senyawa *Ethylene* termasuk ke dalam grup poin D_{2h} .



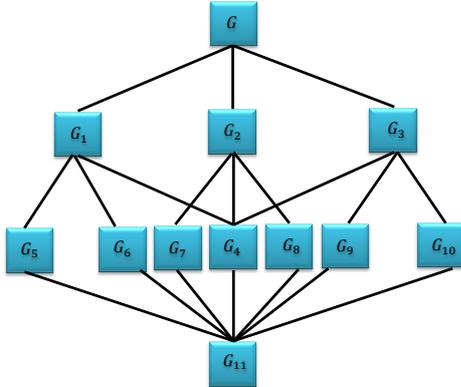
Grup poin ini juga memenuhi semua aksioma grup pada umumnya yaitu tertutup terhadap operasi komposisi fungsi, bersifat asosiatif, memiliki unsur identitas yaitu E dan semua elemennya memiliki invers. Secara lengkap terlihat pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Tabel Cayley senyawa Ethylene

o	E	C ₂ (z)	C ₂ (y)	C ₂ (x)	i	σ(xy)	σ(xz)	σ(yz)
E	E	C ₂ (z)	C ₂ (y)	C ₂ (x)	i	σ(xy)	σ(xz)	σ(yz)
C ₂ (z)	C ₂ (z)	E	C ₂ (x)	C ₂ (y)	σ(xy)	i	σ(yz)	σ(xz)
C ₂ (y)	C ₂ (y)	C ₂ (x)	E	C ₂ (z)	σ(xz)	σ(yz)	i	σ(xy)
C ₂ (x)	C ₂ (x)	C ₂ (y)	C ₂ (z)	E	σ(yz)	σ(xz)	σ(xy)	i
i	i	σ(xy)	σ(xz)	σ(yz)	E	C ₂ (z)	C ₂ (y)	C ₂ (x)
σ(xy)	σ(xy)	i	σ(yz)	σ(xz)	C ₂ (z)	E	C ₂ (x)	C ₂ (y)
σ(xz)	σ(xz)	σ(yz)	i	σ(xy)	C ₂ (y)	C ₂ (x)	E	C ₂ (z)
σ(yz)	σ(yz)	σ(xz)	σ(xy)	i	C ₂ (x)	C ₂ (y)	C ₂ (z)	E

Jika pada umumnya senyawa Ethylene ini diketahui sebagai suatu senyawa yang sangat berguna di dalam kehidupan sehari-hari, maka pada paper ini akan dikaji mengenai senyawa Ethylene dilihat dari sudut pandang teori grup, khususnya terkait dengan grup solvable. Untuk membuktikan suatu grup termasuk grup solvable yaitu dengan menunjukkan adanya rantai subgrup normal dimana semua grup faktor dari rantai tersebut merupakan grup Abel.

Berikut ini diberikan diagram Lattice untuk mempermudah dalam menunjukkan adanya rantai subgrup dari grup poin senyawa Ethylene.



Gambar 2. Diagram Lattice senyawa Ethylene

Keterangan:

- $G_1 = \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\}$
- $G_2 = \{E, C_2(z), i, \sigma(xy)\}$
- $G_3 = \{E, C_2(z), \sigma(xz), \sigma(yz)\}$
- $G_4 = \{E, C_2(z)\}$
- $G_5 = \{E, C_2(y)\}$
- $G_6 = \{E, C_2(x)\}$
- $G_7 = \{E, \sigma(xy)\}$
- $G_8 = \{E, i\}$
- $G_9 = \{E, \sigma(xz)\}$
- $G_{10} = \{E, \sigma(yz)\}$
- $G_{11} = \{E\}$

Berdasarkan tabel Cayley diketahui bahwa semua operasi simetri dari senyawa Ethylene bersifat komutatif,

sehingga grup poinnya merupakan grup Abel. Menurut teorema, maka semua subgrup dari grup Abel adalah subgrup normal. Dengan demikian diperoleh 9 rantai subgrup normal dari grup poin senyawa Ethylene yaitu:

1. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_1 \triangleleft G$
2. $G_{11} \triangleleft G_5 \triangleleft G_1 \triangleleft G$
3. $G_{11} \triangleleft G_6 \triangleleft G_1 \triangleleft G$
4. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_2 \triangleleft G$
5. $G_{11} \triangleleft G_7 \triangleleft G_2 \triangleleft G$
6. $G_{11} \triangleleft G_8 \triangleleft G_2 \triangleleft G$
7. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_3 \triangleleft G$
8. $G_{11} \triangleleft G_9 \triangleleft G_3 \triangleleft G$
9. $G_{11} \triangleleft G_{10} \triangleleft G_3 \triangleleft G$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa semua grup faktor pada rantai tersebut merupakan grup Abel.

1. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_1 \triangleleft G$

Akan ditunjukkan bahwa grup faktor $G / G_1, G_1 / G_4$ dan G_4 / G_{11} merupakan grup Abel.

• Untuk G / G_1

Semua elemen dari grup faktor G/G_1 dapat dicari sebagai berikut:

$$G/G_1 = \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x), i, \sigma(xy), \sigma(xz), \sigma(yz)\} / \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\}$$

$$EG_1 = E\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\}$$

$$C_2(z)G_1 = C_2(z)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{C_2(z), E, C_2(x), C_2(y)\} = EG_1$$

$$C_2(y)G_1 = C_2(y)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{C_2(y), C_2(x), E, C_2(z)\} = EG_1$$

$$C_2(x)G_1 = C_2(x)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{C_2(x), C_2(y), C_2(z), E\} = EG_1$$

$$iG_1 = i\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{i, \sigma(xy), \sigma(xz), \sigma(yz)\}$$

$$\sigma(xy)G_1 = \sigma(xy)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{\sigma(xy), i, \sigma(yz), \sigma(xz)\} = iG_1$$

$$\sigma(xz)G_1 = \sigma(xz)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{\sigma(xz), \sigma(yz), i, \sigma(xy)\} = iG_1$$

$$\sigma(yz)G_1 = \sigma(yz)\{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} = \{\sigma(yz), \sigma(xz), \sigma(xy), i\} = iG_1$$

Sehingga diperoleh bahwa $G/G_1 = \{EG_1, iG_1\}$. Untuk menunjukkan bahwa G/G_1 merupakan grup Abel, diberikan tabel Cayley sebagai berikut.

Tabel 2. Grup G/G_1

o	EG_1	iG_1
EG_1	EG_1	iG_1
iG_1	iG_1	EG_1

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa grup faktor G/G_1 merupakan grup Abel.

- Untuk G_1/G_4

Semua elemen dari grup faktor G/G_1 dapat dicari sebagai berikut:

$$\begin{aligned} G_1/G_4 &= \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\} / \{E, C_2(z)\} \\ EG_4 &= E\{E, C_2(z)\} = \{E, C_2(z)\} \\ C_2(z)G_4 &= C_2(z)\{E, C_2(z)\} = \{C_2(z), E\} = EG_4 \\ C_2(y)G_4 &= C_2(y)\{E, C_2(z)\} = \{C_2(y), C_2(x)\} \\ C_2(x)G_4 &= C_2(x)\{E, C_2(z)\} = \{C_2(x), C_2(y)\} \\ &= C_2(y)G_4 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh bahwa $G_1/G_4 = \{EG_4, C_2(y)G_4\}$. Untuk menunjukkan bahwa G_1/G_4 merupakan grup Abel, diberikan tabel Cayley sebagai berikut.

Tabel 3. Grup G_1/G_4

◦	EG_4	$C_2(y)G_4$
EG_4	EG_4	$C_2(y)G_4$
$C_2(y)G_4$	$C_2(y)G_4$	EG_4

Berdasarkan tabel di atas terbukti bahwa grup faktor G_1/G_4 merupakan grup Abel.

- Untuk G_4/G_{11}

Grup faktor G_4/G_{11} isomorfik dengan G_4 , dengan demikian untuk menunjukkan bahwa grup faktor G_4/G_{11} merupakan grup Abel, cukup ditunjukkan bahwa G_4 merupakan grup Abel dengan tabel Cayley berikut.

Tabel 4. Grup G_4/G_{11}

◦	E	$C_2(z)$
E	E	$C_2(z)$
$C_2(z)$	$C_2(z)$	E

Berdasarkan uraian di atas terlihat bahwa semua grup faktor dari rantai subgrup normal $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_1 \triangleleft G$ merupakan grup Abel, dengan demikian terbukti bahwa grup poin dari senyawa Ethylene merupakan grup solvable.

Selanjutnya dengan cara yang sama maka diperoleh tabel berikut ini.

Tabel 5. Tabel Cayley dari grup faktor setiap rantai subgrup normal

1. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_1 \triangleleft G$	2. $G_{11} \triangleleft G_5 \triangleleft G_1 \triangleleft G$																																																						
<p>Tabel Cayley dari G/G_1</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>EG_1</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>iG_1</td> <td>iG_1</td> <td>EG_1</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_1/G_4</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_4</td> <td>$C_2(y)G_4$</td> </tr> <tr> <td>EG_4</td> <td>EG_4</td> <td>$C_2(y)G_4$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(y)G_4$</td> <td>$C_2(y)G_4$</td> <td>EG_4</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_4/G_{11}</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>E</td> <td>$C_2(z)$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>E</td> <td>$C_2(z)$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(z)$</td> <td>$C_2(z)$</td> <td>E</td> </tr> </table>	◦	EG_1	iG_1	EG_1	EG_1	iG_1	iG_1	iG_1	EG_1	◦	EG_4	$C_2(y)G_4$	EG_4	EG_4	$C_2(y)G_4$	$C_2(y)G_4$	$C_2(y)G_4$	EG_4	◦	E	$C_2(z)$	E	E	$C_2(z)$	$C_2(z)$	$C_2(z)$	E	<p>Tabel Cayley dari G/G_1</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>EG_1</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>iG_1</td> <td>iG_1</td> <td>EG_1</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_1/G_5</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_5</td> <td>$C_2(z)G_5$</td> </tr> <tr> <td>EG_5</td> <td>EG_5</td> <td>$C_2(z)G_5$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(z)G_5$</td> <td>$C_2(z)G_5$</td> <td>EG_5</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_5/G_{11}</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>E</td> <td>$C_2(y)$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>E</td> <td>$C_2(y)$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(y)$</td> <td>$C_2(y)$</td> <td>E</td> </tr> </table>	◦	EG_1	iG_1	EG_1	EG_1	iG_1	iG_1	iG_1	EG_1	◦	EG_5	$C_2(z)G_5$	EG_5	EG_5	$C_2(z)G_5$	$C_2(z)G_5$	$C_2(z)G_5$	EG_5	◦	E	$C_2(y)$	E	E	$C_2(y)$	$C_2(y)$	$C_2(y)$	E
◦	EG_1	iG_1																																																					
EG_1	EG_1	iG_1																																																					
iG_1	iG_1	EG_1																																																					
◦	EG_4	$C_2(y)G_4$																																																					
EG_4	EG_4	$C_2(y)G_4$																																																					
$C_2(y)G_4$	$C_2(y)G_4$	EG_4																																																					
◦	E	$C_2(z)$																																																					
E	E	$C_2(z)$																																																					
$C_2(z)$	$C_2(z)$	E																																																					
◦	EG_1	iG_1																																																					
EG_1	EG_1	iG_1																																																					
iG_1	iG_1	EG_1																																																					
◦	EG_5	$C_2(z)G_5$																																																					
EG_5	EG_5	$C_2(z)G_5$																																																					
$C_2(z)G_5$	$C_2(z)G_5$	EG_5																																																					
◦	E	$C_2(y)$																																																					
E	E	$C_2(y)$																																																					
$C_2(y)$	$C_2(y)$	E																																																					

3. $G_{11} \triangleleft G_6 \triangleleft G_1 \triangleleft G$	4. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_2 \triangleleft G$																																																						
<p>Tabel Cayley dari G/G_1</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>EG_1</td> <td>EG_1</td> <td>iG_1</td> </tr> <tr> <td>iG_1</td> <td>iG_1</td> <td>EG_1</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_1/G_6</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_6</td> <td>$C_2(z)G_6$</td> </tr> <tr> <td>EG_6</td> <td>EG_6</td> <td>$C_2(z)G_6$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(z)G_6$</td> <td>$C_2(z)G_6$</td> <td>EG_6</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_6/G_{11}</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>E</td> <td>$C_2(x)$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>E</td> <td>$C_2(x)$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(x)$</td> <td>$C_2(x)$</td> <td>E</td> </tr> </table>	◦	EG_1	iG_1	EG_1	EG_1	iG_1	iG_1	iG_1	EG_1	◦	EG_6	$C_2(z)G_6$	EG_6	EG_6	$C_2(z)G_6$	$C_2(z)G_6$	$C_2(z)G_6$	EG_6	◦	E	$C_2(x)$	E	E	$C_2(x)$	$C_2(x)$	$C_2(x)$	E	<p>Tabel Cayley dari G/G_2</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_2</td> <td>$C_2(y)G_2$</td> </tr> <tr> <td>EG_2</td> <td>EG_2</td> <td>$C_2(y)G_2$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(y)G_2$</td> <td>$C_2(y)G_2$</td> <td>EG_2</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_2/G_4</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>EG_4</td> <td>iG_4</td> </tr> <tr> <td>EG_4</td> <td>EG_4</td> <td>iG_4</td> </tr> <tr> <td>iG_4</td> <td>iG_4</td> <td>EG_4</td> </tr> </table> <p>Tabel Cayley dari G_4/G_{11}</p> <table border="1"> <tr> <td>◦</td> <td>E</td> <td>$C_2(z)$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>E</td> <td>$C_2(z)$</td> </tr> <tr> <td>$C_2(z)$</td> <td>$C_2(z)$</td> <td>E</td> </tr> </table>	◦	EG_2	$C_2(y)G_2$	EG_2	EG_2	$C_2(y)G_2$	$C_2(y)G_2$	$C_2(y)G_2$	EG_2	◦	EG_4	iG_4	EG_4	EG_4	iG_4	iG_4	iG_4	EG_4	◦	E	$C_2(z)$	E	E	$C_2(z)$	$C_2(z)$	$C_2(z)$	E
◦	EG_1	iG_1																																																					
EG_1	EG_1	iG_1																																																					
iG_1	iG_1	EG_1																																																					
◦	EG_6	$C_2(z)G_6$																																																					
EG_6	EG_6	$C_2(z)G_6$																																																					
$C_2(z)G_6$	$C_2(z)G_6$	EG_6																																																					
◦	E	$C_2(x)$																																																					
E	E	$C_2(x)$																																																					
$C_2(x)$	$C_2(x)$	E																																																					
◦	EG_2	$C_2(y)G_2$																																																					
EG_2	EG_2	$C_2(y)G_2$																																																					
$C_2(y)G_2$	$C_2(y)G_2$	EG_2																																																					
◦	EG_4	iG_4																																																					
EG_4	EG_4	iG_4																																																					
iG_4	iG_4	EG_4																																																					
◦	E	$C_2(z)$																																																					
E	E	$C_2(z)$																																																					
$C_2(z)$	$C_2(z)$	E																																																					

5. $G_{11} \triangleleft G_7 \triangleleft G_2 \triangleleft G$			6. $G_{11} \triangleleft G_8 \triangleleft G_2 \triangleleft G$		
Tabel Cayley dari G/G_2			Tabel Cayley dari G/G_2		
◦	EG_2	$C_2(y)G_2$	◦	EG_2	$C_2(y)G_2$
EG_2	EG_2	$C_2(y)G_2$	EG_2	EG_2	$C_2(y)G_2$
$C_2(y)G_2$	$C_2(y)G_2$	EG_2	$C_2(y)G_2$	$C_2(y)G_2$	EG_2
Tabel Cayley dari G_2/G_7			Tabel Cayley dari G_2/G_8		
◦	EG_7	iG_7	◦	EG_8	$C_2(z)G_8$
EG_7	EG_7	iG_7	EG_8	EG_8	$C_2(z)G_8$
iG_7	iG_7	EG_7	$C_2(z)G_8$	$C_2(z)G_8$	EG_8
Tabel Cayley dari G_7/G_{11}			Tabel Cayley dari G_8/G_{11}		
◦	E	$\sigma(xy)$	◦	E	i
E	E	$\sigma(xy)$	E	E	i
$\sigma(xy)$	$\sigma(xy)$	E	i	i	E

9. $G_{11} \triangleleft G_{10} \triangleleft G_3 \triangleleft G$		
Tabel Cayley dari G/G_3		
◦	EG_3	iG_3
EG_3	EG_3	iG_3
iG_3	iG_3	EG_3
Tabel Cayley dari G_3/G_{10}		
◦	EG_{10}	$C_2(z)G_{10}$
EG_{10}	EG_{10}	$C_2(z)G_{10}$
$C_2(z)G_{10}$	$C_2(z)G_{10}$	EG_{10}
Tabel Cayley dari G_{10}/G_{11}		
◦	E	$\sigma(yz)$
E	E	$\sigma(yz)$
$\sigma(yz)$	$\sigma(yz)$	E

7. $G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_3 \triangleleft G$			8. $G_{11} \triangleleft G_9 \triangleleft G_3 \triangleleft G$		
Tabel Cayley dari G/G_3			Tabel Cayley dari G/G_3		
◦	EG_3	iG_3	◦	EG_3	iG_3
EG_3	EG_3	iG_3	EG_3	EG_3	iG_3
iG_3	iG_3	EG_3	iG_3	iG_3	EG_3
Tabel Cayley dari G_3/G_4			Tabel Cayley dari G_3/G_9		
◦	EG_4	$\sigma(xz)G_4$	◦	EG_9	$C_2(z)G_9$
EG_4	EG_4	$\sigma(xz)G_4$	EG_9	EG_9	$C_2(z)G_9$
$\sigma(xz)G_4$	$\sigma(xz)G_4$	EG_4	$C_2(z)G_9$	$C_2(z)G_9$	EG_9
Tabel Cayley dari G_4/G_{11}			Tabel Cayley dari G_9/G_{11}		
◦	E	$C_2(z)$	◦	E	$\sigma(xz)$
E	E	$C_2(z)$	E	E	$\sigma(xz)$
$C_2(z)$	$C_2(z)$	E	$\sigma(xz)$	$\sigma(xz)$	E

Berdasarkan tabel di atas, terlihat bahwa semua grup faktor yang ada pada setiap rantai subgrup normal di atas merupakan grup Abel. Dengan demikian maka senyawa *Ethylene* merupakan grup *solvable* dengan menunjukkan salahsatu dari ke 9 rantai tersebut.

4. KESIMPULAN

Ethylene merupakan salah satu jenis senyawa hidrokarbon sederhana yang memiliki rumus kimia C_2H_4 dengan nama IUPAC (*International Union of Pure and Applied Chemistry*) adalah Etena.

1. Senyawa *Ethylene* memiliki total 8 operasi simetri yang berlaku, yakni: operasi identitas (E), rotasi sebesar 180° terhadap sumbu x ($C_2(x)$), y ($C_2(y)$), dan z ($C_2(z)$), inversi (i) dan operasi bidang horizontal ($\sigma(xy)$), bidang vertikal ($\sigma(xz)$) serta bidang dihedral ($\sigma(yz)$). Himpunan semua operasi simetri yang berlaku pada senyawa *Ethylene* akan membentuk suatu grup yang dinamakan sebagai grup poin D_{2h} .
2. Grup poin D_{2h} yakni suatu grup dengan setiap elemennya merupakan operasi simetri dimana D menyatakan grup dihedral, subscript 2 menyatakan nilai tertinggi dari operasi C_n yang ada pada senyawa *Ethylene* dan h menyatakan bahwa senyawa *Ethylene* memiliki operasi bidang horizontal.
3. Grup poin D_{2h} pada senyawa *Ethylene* memiliki total 12 subgrup normal yakni:
 $G = \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x), i, \sigma(xy), \sigma(xz), \sigma(yz)\}$
 $G_1 = \{E, C_2(z), C_2(y), C_2(x)\}$

$$\begin{aligned}G_2 &= \{E, C_2(z), i, \sigma(xy)\} \\G_3 &= \{E, C_2(z), \sigma(xz), \sigma(yz)\} \\G_4 &= \{E, C_2(z)\} \\G_5 &= \{E, C_2(y)\} \\G_6 &= \{E, C_2(x)\} \\G_7 &= \{E, \sigma(xy)\} \\G_8 &= \{E, i\} \\G_9 &= \{E, \sigma(xz)\} \\G_{10} &= \{E, \sigma(yz)\} \\G_{11} &= \{E\}\end{aligned}$$

4. Subgrup normal tersebut dapat dibentuk 9 rantai subgrup normal yakni:

$$\begin{aligned}G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_1 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_5 \triangleleft G_1 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_6 \triangleleft G_1 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_2 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_7 \triangleleft G_2 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_8 \triangleleft G_2 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_4 \triangleleft G_3 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_9 \triangleleft G_3 \triangleleft G \\G_{11} \triangleleft G_{10} \triangleleft G_3 \triangleleft G.\end{aligned}$$

Setiap grup faktor yang dikonstruksi dari setiap rantai di atas merupakan grup Abel. Dengan demikian, grup poin senyawa *Ethylene* merupakan grup *solvable*.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada Departemen Matematika FMIPA Unpad yang telah memberikan bantuan fasilitas internet serta sarana dan prasarana yang diperlukan dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. E. Saltveit. 1999. *Effect of Ethylene on Quality of Fresh Fruits and Vegetables*, Postharvest Biology and Technology, vol. 15, pp. 279–292.
- [2] S. Sharafzadeh. 2012. *Effects of Ethylene on Growth and Active Substances of Medical Plants*, International Journal of Pharma and Bio Sciences, vol. 3, Issue 1, pp. 465-469.
- [3] F. A. Cotton. 1990. *Chemical Applications of Group Theory, third ed.*, College Station:Texas.
- [4] A. W.M. Lee, C.L. Chan, K.M. Leung, and W.J. Daniel. 1996. *Symmetry Elements and Operations*, J. Chem. Educ., vol. 73, no. 10, pp. 924.
- [5] I. M. Isaacs. 1993. *Algebra, A Graduate Course*, California: Brooks/Cole Publishing Company.
- [6] H. Zimmermann, and R. Walz. 2009. *Ethylene. Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry*, Weinheim: Wiley-VCH.
- [7] Z. Lin, S. Zhong, and D. Grierson. 2009. *Recent Advances in Ethylene Research*, Journal of Experimental Botany, vol. 60, no. 12, pp. 3311–3336.
- [8] L. G. Wade. 2006. *Organic Chemistry (Sixth Ed.)*, Pearson Prentice Hall, pp. 279.