

Ketunggalan titik Tetap Pemetaan Kondisi Tipe Kontraktif pada Ruang Banach

Badrulfalah¹, Khafsah Joebaedi²

¹Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran

badrulfalah@gmail.com

²Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran

khafsah.jbd@gmail.com

ABSTRAK

Kontraktif merupakan salah satu kelas khusus dari pemetaan. Dikenal sebagai syarat cukup agar pemetaan pada ruang metrik lengkap memiliki titik tetap tunggal. Makalah ini membahas titik tetap dari pemetaan dengan yang didefinisikan pada ruang Banach ke dirinya sendiri, khususnya tentang ketunggalan titik tetap generalisasi pemetaan dengan suatu kondisi tipe kontraktif. Pembuktian ketunggalan titik tetap pemetaan yang digeneralisasi tersebut dilakukan dengan cara membuktikan ketunggalan suatu fungsi sebagai fungsi kombinasi dari pemetaan yang relevan dan fungsi linear menggunakan teorema titik tetap Fisher. Hasilnya adalah fungsi generalisasi dari pemetaan kondisi tipe kontraktif merupakan pemetaan kondisi tipe kontraktif Fisher. Terhadap syarat tertentu pada interval konstanta tipe kekontraktifan dengan kondisi terkait maka fungsi generalisasi memiliki titik tetap tunggal. Akibatnya titik tetap pemetaan kondisi tipe terkait adalah tunggal.

Kata Kunci

Ruang Banach, Titik Tetap, kondisi Tipe Kontraktif

1. PENDAHULUAN

Ada banyak kelas pemetaan. Salah satunya adalah pemetaan kontraktif. Pemetaan kontraktif merupakan hal khusus dari pemetaan kondisi Lipschitz di mana konstanta kontraktifnya bilangan real positif lebih kecil dari pada satu. Sebagaimana diketahui kekontraktifan merupakan syarat cukup untuk pemetaan pada ruang Banach memiliki titik tetap tunggal [5]. Selain itu dikenal beberapa istilah yang berkaitan dengan kekontraktifan yang disebut dengan istilah kondisi tipe kontraktif. Masing-masing tipe kontraktif memiliki bentuk pertidaksamaan dan syarat konstanta kontraktif yang berlainan. Pada [3] dibahas kondisi tipe kontraktif Kannan beserta teorema titik tetapnya. Pada [3] dibahas kondisi tipe kontraktif Fisher dengan memodifikasi tipe kontraktif Kannan beserta teorema titik tetapnya. Selain itu pada [6] dibahas kondisi tipe kontraktif Chatterjee. Dengan memodifikasi [6] pada [2] Dixit mendefinisikan kondisi tipe kontraktif lain beserta pembuktian teorema ketunggalan titik tetapnya dengan menggunakan teorema Fisher melalui fungsi kombinasi yang digeneralisasi, dimana koefisien dari

variabelnya berupa bilangan asli. Oleh karena itu terinspirasi oleh Dixit dan menggunakan hasil pada [2] dan [3] maka pada makalah ini akan dibahas fungsi generalisasi dari kombinasi pemetaan kondisi tipe kontraktif Chatterjee dan kondisi tipe kontraktif Dixit dalam hal koefisien dari variabelnya berupa bilangan rasional. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah membuktikan ketunggalan titik tetap pemetaan dengan masing-masing dari dua kondisi tipe kontraktif tersebut.

2. METODOLOGI

Untuk membuktikan ketunggalan titik tetap dari pemetaan suatu kondisi tipe kontraktif yang digeneralisasi pada ruang Banach dilakukan langkah-langkah sebagai berikut: pertama-tama mengkaji beberapa teorema pemetaan kondisi tipe kontraktif di ruang Banach. Kedua menetapkan bentuk koefisien dari variabel yang dipetakan oleh pemetaan kondisi tipe kontraktif terkait. Ketiga mendefinisikan fungsi kombinasi dari pemetaan kondisi tipe kontraktif dan pemetaan linear dengan koefisien dari variabelnya berupa bilangan rasional. Selanjutnya ditunjukkan bahwa fungsi kombinasi yang didefinisikan adalah

memenuhi kondisi tipe kontraktif Fisher. Selain itu juga ditentukan interval konstanta kekontraktifan yang sesuai dengan bentuk kondisi tipe kekontraktifan yang terkait. Terakhir disimpulkan bahwa pemetaan yang digeneralisasi memiliki titik tetap tunggal pada interval kondisi kekontraktifan yang bersesuaian.

3. KONDISI PEMETAAN TIPE KONTRAKTIF

Sebelum membahas beberapa kondisi tipe kekontraktifan pemetaan pada ruang Banach terlebih dahulu diberikan beberapa definisi dan lemma terkait berikut.

Pada Definisi 3.1 diberikan definisi ruang metrik.

Definisi 3.1: Misalkan X himpunan tak kosong. Fungsi $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ disebut metrik pada X jika untuk setiap $x, y, z \in X$ memenuhi aksioma berikut:

[M1] $d(x, y) \geq 0$,

[M2] $d(x, y) = 0$ jika dan hanya jika $x = y$,

[M3] $d(x, y) = d(y, x)$,

[M4] $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$.

(X, d) disebut ruang metric. [1]

Pada Definisi 3.2 diberikan definisi titik tetap.

Definisi 3.2: Misalkan (X, d) ruang metrik dan $f: X \rightarrow X$. $x \in X$ dikatakan titik tetap dari f jika $d(f(x), x) = 0$. [5]

Pada Definisi 3.3 diberikan definisi ruang metrik lengkap.

Definisi 3.3: Misalkan (X, d) ruang metrik. X dikatakan lengkap jika setiap barisan Cauchy di X konvergen ke titik di X . [1]

Pada Definisi 3.4 diberikan definisi ruang Banach.

Definisi 3.4: Misalkan $(X, \|\cdot\|)$ ruang bernorm. X dikatakan ruang Banach jika X lengkap. [5]

Pada Definisi 3.5 diberikan definisi kondisi Lipschitz.

Definisi 3.5: Misalkan (X, d) ruang metrik dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi Lipschitz jika terdapat $\alpha \geq 0$ sedemikian sehingga $d(f(x), f(y)) \leq \alpha d(x, y)$, $\forall x, y \in X$. [5]

Pada Definisi 3.6 diberikan definisi kondisi kontraktif.

Definisi 3.6: Misalkan (X, d) ruang metrik dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi kontraktif jika terdapat $\alpha \in (0, 1)$ sedemikian

sehingga $d(f(x), f(y)) \leq \alpha d(x, y)$, $\forall x, y \in X$. [5]

Pada Lemma 3.7 diberikan teorema titik tetap pemetaan kondisi kontraktif pada ruang Banach.

Lemma 3.7: Misalkan (X, d) ruang Banach dan $f: X \rightarrow X$. Jika f kontraktif maka f memiliki titik tetap tunggal. [5]

Pemetaan kondisi tipe kontraktif diperoleh dengan memodifikasi kondisi pemetaan kontraktif. Ada beberapa kondisi tipe kontraktif, di antaranya adalah Kannan, Fisher, Chaterjee, dan Dixit masing-masing kondisi berbentuk seperti yang diberikan berturut-turut pada Definisi 3.8, Definisi 3.9, Definisi 3.10, dan Definisi 3.11 berikut.

Definisi 3.8: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi tipe kontraktif Kannan jika

$$d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), x) + d(f(y), y)] \quad (1)$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$. [3]

Fisher memodifikasi kondisi tipe kontraktif Kannan. Definisinya dinyatakan seperti pada Definisi 3.9 berikut.

Definisi 3.9: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi tipe kontraktif Fisher jika

$$d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), x) + d(f(y), y)] + \beta d(x, y) \quad (2)$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha, \beta \in [0, \frac{1}{2}]$. [3]

Pada Definisi 3.10 diberikan kondisi tipe kontraktif Chaterjee.

Definisi 3.10: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi tipe kontraktif Chaterjee jika

$$d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), y) + d(f(y), x)] \quad (3)$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$. [6]

Selanjutnya Dixit memodifikasi kondisi tipe kontraktif Chaterjee, seperti diberikan pada Definisi 3.11.

Definisi 3.11: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. f dikatakan memenuhi kondisi tipe kontraktif Dixit jika

$$d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), y) + d(f(y), x)] - d(x, y)$$

untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [0, \frac{1}{2}]$. [2]

(4)

Teorema ketunggalan titik tetap pemetaan kondisi tipe kontraktif Fisher pada ruang metrik lengkap dinyatakan seperti pada Lemma 3.12 berikut.

Lemma 3.12: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi $d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), x) + d(f(y), y)] + \beta d(x, y)$ untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha, \beta \in [0, \frac{1}{2}]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X . [3]

Selanjutnya menggunakan hasil pada [3] Dixit membuktikan ketunggalan titik tetap pemetaan kondisi tipe kontraktifnya. Dalam pembuktian titik tetap tersebut dilakukan melalui pembuktian ketunggalan sebuah fungsi kombinasi yang memenuhi kondisi Fisher beserta perumumannya. Hasilnya dinyatakan berturut-turut seperti pada Lemma 3.13, Lemma 3.14, Lemma 3.15 dan Lemma 3.16 berikut.

Lemma 3.13: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (4) untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [\frac{1}{4}, \frac{3}{8}]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f(2x) - x$. [2]

Lemma 3.14: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (4) untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [\frac{1}{6}, \frac{1}{4}]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f(3x) - 2x$. [2]

Lemma 3.15: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (4) untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [\frac{1}{8}, \frac{3}{16}]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f(4x) - 3x$. [2]

Lemma 3.16: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (4) untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in [\frac{1}{2k}, \frac{3}{4k}]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f(kx) - (k-1)x$. [2]

Pembuktian ketunggalan titik tetap pemetaan kondisi tipe kontraktif Dixit dilakukan dengan cara membuktikan ketunggalan titik tetap fungsi kombinasinya dengan bantuan teorema titik tetap kondisi tipe kontraktif Fisher beserta perumumannya. Dalam hal ini

koefisien dari variabelnya adalah bilangan bulat positif.

Selanjutnya mengacu pada Lemma 3.16, Lemma 3.12 dan Definisi 3.10 akan dibuktikan ketunggalan titik tetap pemetaan kondisi tipe kontraktif Chaterjee dengan koefisien dari fungsi kombinasinya berbentuk bilangan rasional.

Selain itu mengacu pada Lemma 3.16, Lemma 3.12 dan Definisi 3.11. akan dibuktikan ketunggalan titik tetap pemetaan kondisi tipe kontraktif Dixit dengan koefisien dari fungsi kombinasinya juga berbentuk bilangan rasional, tetapi berbeda dengan bentuk rasional pada kondisi Chaterjee. Secara formal hasilnya akan diberikan pada bagian 4.

4. KETUNG GALAN TITIK TETAP

Ketunggalan titik tetap pemetaan kedua kondisi tipe kontraktif dengan koefisien fungsi kombinasi berbentuk bilangan rasional dibuktikan masing-masing pada Teorema 4.1 dan Teorema 4.2.

Teorema 4.1: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (3) untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha \in (0, \frac{1}{4} - \frac{1}{4n}]$ maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f(\frac{n}{n+1}x) + \frac{1}{n+1}x$. (5)

Bukti:

Pilih $\alpha \in (0, \frac{1}{4} - \frac{1}{4n}]$

Ambil $x, y \in X$ sebarang. Maka

$$d(g(x), g(y)) = \|g(x) - g(y)\|.$$

Berdasarkan persamaan (5) maka

$$\begin{aligned} d(g(x), g(y)) &= \|g(x) - g(y)\| \\ &= \left\| f\left(\frac{n}{n+1}x\right) + \frac{1}{n+1}x - f\left(\frac{n}{n+1}y\right) - \frac{1}{n+1}y \right\| \\ &\leq \left\| f\left(\frac{n}{n+1}x\right) - f\left(\frac{n}{n+1}y\right) \right\| + \left\| \frac{1}{n+1}x - \frac{1}{n+1}y \right\| \\ &\leq \left\| f\left(\frac{n}{n+1}x\right) - f\left(\frac{n}{n+1}y\right) \right\| + \frac{1}{n+1}\|x - y\| \\ &\leq d\left(f\left(\frac{n}{n+1}x\right), f\left(\frac{n}{n+1}y\right)\right) + \frac{1}{n+1}d(x, y) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3) maka

$$\begin{aligned} d(g(x), g(y)) &\leq \alpha \left[d\left(f\left(\frac{n}{n+1}x\right), \frac{n}{n+1}y\right) + \right. \\ &\quad \left. d\left(f\left(\frac{n}{n+1}y\right), \frac{n}{n+1}x\right) \right] + \frac{1}{n+1} d(x, y) \\ &\leq \alpha \left[\left\| f\left(\frac{n}{n+1}x\right) - \frac{n}{n+1}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| f\left(\frac{n}{n+1}y\right) - \frac{n}{n+1}x \right\| \right] + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\left\| g(x) - \frac{1}{n+1}x - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{n}{n+1}y \right\| + \left\| g(y) - \frac{1}{n+1}y - \frac{n}{n+1}x \right\| \right] + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\left\| g(x) - x + \frac{n}{n+1}x - \frac{n}{n+1}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| g(y) - y + \frac{n}{n+1}y - \frac{n}{n+1}x \right\| \right] + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \left\| \frac{n}{n+1}x - \frac{n}{n+1}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| g(y) - y \right\| + \left\| \frac{n}{n+1}y - \frac{n}{n+1}x \right\| \right] + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \|g(y) - y\| + \right. \\ &\quad \left. \frac{n}{n+1} \|x - y\| + \frac{n}{n+1} \|x - y\| \right] + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \|g(y) - y\| \right] + \\ &\quad \alpha \frac{n}{n+1} \|x - y\| + \alpha \frac{n}{n+1} \|x - y\| + \\ &\quad \frac{1}{n+1} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \|g(y) - y\| \right] + \\ &\quad \left(2\alpha \frac{n}{n+1} + \frac{1}{n+1} \right) \|x - y\| \\ &\leq \alpha [d(g(x), x) + d(g(y), y)] + \\ &\quad \beta d(x, y) \end{aligned}$$

dimana $\beta = 2\alpha \frac{n}{n+1} + \frac{1}{n+1}$ dan $0 \leq \beta \leq \frac{1}{2}$ dan $\alpha \in \left(0, \frac{1}{4} - \frac{1}{4n}\right]$.

Jadi $d(g(x), g(y)) \leq \alpha [d(g(x), x) + d(g(y), y)] + \beta d(x, y)$.

Jadi terdapat $\alpha \in \left(0, \frac{1}{4} - \frac{1}{4n}\right]$ dan $\beta \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ sedemikian sehingga $d(f(x), f(y)) \leq \alpha [d(f(x), x) + d(f(y), y)] + \beta d(x, y)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Dengan demikian g memenuhi kondisi Lemma 3.12. Akibatnya g memiliki titik tetap tunggal di X misal p . Berdasarkan Definisi 3.2 maka $d(g(p), p) = 0$. Ini berarti $g(p) = p$. Berdasarkan persamaan (5) maka $g(p) = f\left(\frac{n}{n+1}p\right) + \frac{1}{n+1}p = p$

$f\left(\frac{n}{n+1}p\right) = \frac{n}{n+1}p$. Jadi $f(c) = c$, dengan $c = \frac{n}{n+1}p$. Oleh karena itu f memiliki titik tetap tunggal di X .

Teorema 4.2: Misalkan (X, d) ruang metrik lengkap dan $f: X \rightarrow X$. Jika f memenuhi kondisi (4) untuk setiap $x, y \in X$ dan

$\alpha \in \left[\frac{n}{2(n+1)}, \frac{3n}{4(n+1)}\right]$, maka f memiliki titik tetap tunggal di X dimana $g: X \rightarrow X$ dengan $g(x) = f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - \frac{1}{n}x$. (6)

Bukti:

Pilih $\alpha \in \left[\frac{n}{2(n+1)}, \frac{3n}{4(n+1)}\right]$

Ambil $x, y \in X$ sebarang. Maka

$$d(g(x), g(y)) = \|g(x) - g(y)\|.$$

Berdasarkan persamaan (6) maka

$$\begin{aligned} d(g(x), g(y)) &= \|g(x) - g(y)\| \\ &= \left\| f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - \frac{1}{n}x - f\left(\frac{n+1}{n}y\right) + \frac{1}{n}y \right\| \\ &\leq \left\| f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - f\left(\frac{n+1}{n}y\right) \right\| + \left\| \frac{1}{n}x - \frac{1}{n}y \right\| \\ &\leq \left\| f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - f\left(\frac{n+1}{n}y\right) \right\| + \frac{1}{n} \|x - y\| \\ &\leq d\left(f\left(\frac{n+1}{n}x\right), f\left(\frac{n+1}{n}y\right)\right) + \frac{1}{n} d(x, y) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4) maka

$$\begin{aligned} &\leq \alpha \left[d\left(f\left(\frac{n+1}{n}x\right), \frac{n+1}{n}y\right) + \right. \\ &\quad \left. d\left(f\left(\frac{n+1}{n}y\right), \frac{n+1}{n}x\right) \right] - \\ &\quad d\left(\frac{n+1}{n}x, \frac{n+1}{n}y\right) + \frac{1}{n} d(x, y) \\ &\leq \alpha \left[\left\| f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - \frac{n+1}{n}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| f\left(\frac{n+1}{n}y\right) - \frac{n+1}{n}x \right\| \right] - \\ &\quad \left\| \frac{n+1}{n}x - \frac{n+1}{n}y \right\| + \\ &\quad \frac{1}{n} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\left\| f\left(\frac{n+1}{n}x\right) - \frac{n+1}{n}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| f\left(\frac{n+1}{n}y\right) - \frac{n+1}{n}x \right\| \right] - \\ &\quad \frac{n+1}{n} \|x - y\| + \frac{1}{n} \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\left\| g(x) + \frac{1}{n}x - \frac{n+1}{n}y \right\| + \right. \\ &\quad \left\| g(y) + \frac{1}{n}y - \frac{n+1}{n}x \right\| \right] - \\ &\quad \|x - y\| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \alpha \left[\left\| g(x) - x + \frac{n+1}{n}x - \right. \right. \\ &\quad \left. \left\| g(y) - y + \frac{n+1}{n}y - \frac{n+1}{n}x \right\| \right] \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \right. \\ &\quad \left\| \frac{n+1}{n}x - \frac{n+1}{n}y \right\| + \|g(y) - y\| + \right. \\ &\quad \left. \left\| \frac{n+1}{n}y - \frac{n+1}{n}x \right\| \right] - \\ &\quad \|x - y\| \\ &\leq \alpha \left[\|g(x) - x\| + \right. \\ &\quad \|g(y) - y\| \right] + \\ &\quad \alpha \frac{n+1}{n} \|x - y\| - \\ &\quad \|x - y\| \end{aligned}$$

$$\leq \alpha[\|g(x) - x\| + \|g(y) - y\|] + \left(2\alpha \frac{n+1}{n} - 1\right) \|x - y\|$$

$$d(g(x), g(y)) \leq \alpha[d(g(x), x) + d(g(y), y)] + \beta d(x, y)$$

Dimana $\beta = 2\alpha \frac{n+1}{n} - 1$ dan $0 \leq \beta \leq \frac{1}{2}$.
Jadi $d(g(x), g(y)) \leq \alpha[d(g(x), x) + d(g(y), y)] + \beta d(x, y)$.
Jadi terdapat $\alpha \in \left[\frac{n}{2(n+1)}, \frac{3n}{4(n+1)}\right]$ dan $\beta \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ sedemikian sehingga $d(f(x), f(y)) \leq \alpha[d(f(x), x) + d(f(y), y)] + \beta d(x, y)$ untuk setiap $x, y \in X$.

Dengan demikian g memenuhi kondisi Lemma 3.12.
Akibatnya g memiliki titik tetap tunggal di X yaitu p .
Berdasarkan Definisi 3.2 maka $d(g(p), p) = 0$. Ini berarti $g(p) = p$.
Berdasarkan persamaan (6) maka $g(p) = f\left(\frac{n+1}{n}p\right) - \frac{1}{n}p = p$
 $f\left(\frac{n+1}{n}p\right) = \frac{n+1}{n}p$. Jadi $f(c) = c$, dengan $c = \frac{n+1}{n}p$. Oleh karena itu f memiliki titik tetap tunggal di X .

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa pemetaan kondisi tipe kontraktif Chaterje (3) dan Dixit (4) yang didefinisikan pada ruang Banach dengan koefisien dari variable fungsi kombinasi masing-masing berbentuk bilangan rasional seperti pada persamaan (5) dan (6) adalah memiliki titik tetap tunggal asalkan konstanta kontraktif terkait memenuhi interval konstanta kondisi tipe kekontraktifan. Dalam hal ini, tiap interval konstanta kondisi tipe kekontraktifan adalah berlainan bergantung pada n .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bartle G.R., & Sherbet R.D. (2000). *Introduction to Real Analysis (3rd ed.)*, New York: John Wiley & Sons.
- [2] Dixit H, Bhargav R. (2016). International Journal of Advance Research in Science and Engineering, *A Fixed Point Theorem for Self Mapping in Banach Space 2016*; vol.no.5; 382-385
- [3] Fisher. (1976). Publ.Inst.Math, *A Fixed Point Theorem for Compact Space 1976*; 25; 193-194.
- [4] Huang L.G., & Zhang X. (2007). Journal of Mathematical analysis and Application, *Cone Metric Space and Fixed Point Theorems of Contractive Mapping 2007*; vol.332, no.2, pp 1468-1476
- [5] Kreyszig E. (1978) *Introductory Functional Analysis with Applications*, New York: John Wiley & Sons
- [6] S.K. Charterjee, *Fixed point theorems comp.*, (1972), *Rend. Acad. Bulgare Sci*, vol. 25, 727-730.