PENENTUAN KONDUKTIVITAS TERMAL EFEKTIF BAHAN KOMPOSIT SECARA ANALITIK

Dra. Siti Samsiyah Purwaningsih, MT.
Drs. Sardjito, MSc.
(Staf Pengajar UP. MKU Politeknik Negeri Bandung)

Abstrak

Komposit sebagai sistem heterogen memiliki konduktivitas termal yang besarnya bergantung pada konduktivitas termal setiap komponennya, jumlah masing-masing komponen, dan cara preparasinya dalam komposit. Untuk mempermudah pemilihan bahan pembentukan komposit dalam kebutuhan industri dibentuk model matematis penentuan konduktivitas termal komposit. Model matematis untuk menentukan konduktivitas termal komposit diturunkan secara analitik dengan metode perata-rataan besaran konduktivitas termal pada komposit keseluruhan berdasarkan Hukum Fourier tentang proses konduksi panas, Persamaaan Laplace, Persamaan Poisson, dan Teorema Gauss.

Hasil model ini yang dibandingkan dengan hasil pengukuran menunjukkan kesesuaian yang yang cukup baik. Data hasil pengukuran dari beberapa literatur mendekati kurva kurva model matematis yang diperoleh dalam penelitian ini. Dari ketiga model yang diteliti, yang paling mendekati data hasil percobaan adalah model bola.

Kata Kunci : Komposit, konduktivitas termal, multifasa.

Abstract

Composite as heterogenous system has thermal conductivity which depends on thermal conductivities of its components, the amounts of the components and the arrangement (preparation) of each phase present. In order to simplify choosing materials for industrial needs, it has been developed the mathematical models of thermal conductivities.

Thermal Conductivity Mathematical models has been analytically developed, based on Fourier's Law of heat conduction, Laplace's Equation, Poisson's Equation and Gauss Theorem.

The result of this model is confirmed with the experimental value and it has shown a good approximation.

Pendahuluan

Pengetahuan jenis dan perilaku bahan sangat diperlukan bagi rancangan material baru yang dituntut oleh perkembangan teknologi mutakhir yang pesat. Dengan melakukan prediksi model bagi perilaku bahan tertentu, dapat dirancang struktur material yang diperlukan untuk kepentingan khusus yang kemudian diterapkan pada skala industri sesungguhnya. Pemilihan rancangan jenis komposit yang akan digunakan untuk kebutuhan tertentu sangat ditentukan oleh prediksi terhadap sifat fisika komposit yang bersangkutan.

Salah satu jenis material yang penggunaannya diperkirakan akan meningkat adalah komposit. Komposit sebagai bahan multifasa yang heterogen memiliki beberapa sifat fisika yang besarnya akan merupakan hasil perata-rataan sifat fisika bahan murni penyusunnya . Perata-rataan ini ditentukan oleh fraksi jumlah masing-masing bahan, distribusi fasa, dan bentuk orientasinya.

Perata-rataan sifat fisika komposit harus dilakukan dengan mempertimbangkan fenomena atau hukum - hukum alam yang berkaitan dengan setiap besaran fisik. Jadi, ini akan menghasilkan perumusan model matematika bagi prediksi perilaku komposit yang diinginkan berdasarkan besaran tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk membuat model matematika bagi konduktivitas termal efektif komposit biner dengan metode analisis. Adapun rincian masalahnya adalah sebagai berikut :

1. Menentukan variabel yang memberikan kontribusi terhadap nilai konduktivitas termal efektif komposit.
2. Merumuskan model matematika gejala perpindahan panas pada bahan multifasa (biner) dengan memperhitungkan konduktivitas termal bahan murni penyusun komposit serta fraksi volume masing-masing.
3. Menghitung nilai batas terkecil dan terbesar konduktivitas termal efektif komposit tertentu secara analisis, serta mengujinya menggunakan data empirik bagi komposit yang sudah diketahui.

Tinjauan Pustaka

Telah banyak penelitian yang dilakukan untuk menentukan perilaku efektif bahan multifasa, seperti komposit, baik perilaku mekanik, elektrik, magnetik maupun termal. Misalnya, dengan meninjau sinergi antara bahan matriks dengan fasa sisipan, Tsou (7) telah merumuskan model konduktivitas termal bahan komposit berlapis, dengan menilai batasnya terletak pada penyusunan seri serta paralel, seperti pada rangkaian listrik. Model tersebut dikembangkan oleh Sardjito[5] terhadap komposit yang merupakan campuran kontinyu antara fasa utama dengan fasa sisipan. Analisis Tsou dan Sardjito didasarkan pada solusi Hukum Fourier bagi perpindahan kalor. Hasilnya cukup memuaskan terutama bila diterapkan pada data empirik komposit keramik. Namun, setelah melakukan pengukuran konduktivitas termal komposit dengan menggunakan metode kawat panas, Sardjito[5] menyimpulkan, bahwa terhadap model tadi harus dimasukkan perhitungan interaksi pada batas antar fasa. Untuk memperhitungkan interaksi antar fasa, satu cara yang digunakan adalah dengan melakukan analisis perata-rataan.

Pembahasan mengenai proses konduksi panas yang dinyatakan dalam bentuk hukum Fourier konduktivitas, T = suhu) ; Persamaan Laplace $\nabla^2 T = 0$; serta persamaan Poisson $\nabla^2 T = f$ (f = fungsi sembarang) , telah banyak dilakukan, baik untuk benda homogen maupun yang heterogen.

Pada persamaan Poisson di atas, telah diturunkan bentuk fungsi yang bergantung pada sumber panas, dengan cara melakukan analogi terhadap medan gravitasi ($\nabla^2 V = 4\pi G\rho$, ρ = rapat massa), yakni berbentuk [1] :

$$\nabla^2 T = 4\pi C \frac{\partial m}{\partial Z}$$

C = konstanta, m = kerapatan bahan sisipan (minor) tiap satuan volume dan
Z = arah perambatan panas

Bagi proses konduksi panas dalam bahan heterogen, terjadi modifikasi pada hukum Fourier karena adanya kontribusi dari sisipan (bahan minor) sebagai sumber panas sehingga berbentuk [6] :

$$\phi = -K\nabla T + m\,\tau$$

dengan τ bergantung pada konduktivitas matriks, konduktivitas sisipan, konduktivitas batas antar muka, serta fraksi volume masing-masing.

Penurunan model konduktivitas termal komposit telah dilakukan menggunakan model lapisan seri parallel [5] yang juga diuji menggunakan hasil pengukuran menggunakan Teknik Keping Panas ASTMC177 terhadap

komposit padat keramik [3], serta pengukuran menggunakan Teknik Kawat Panas PRE32-1977/DIN51046-1976/JIS-R2618-1979 terhadap komposit semen-baja [5] .

Tinjauan Matematis

Komposit adalah campuran bahan-bahan yang mempunyai ikatan mekanik, namun batas antara setiap komponen pembentuknya dapat dipisahkan secara visual dengan jelas. Sifat komposit tergantung pada sifat-sifat komponen pembentuknya (fase matriks dan fase sisipan), struktur mikro, jumlah setiap fasa/komponen serta distribusi

Proses perambatan panas secara konduksi pada medium homogen dinyatakan oleh hukum Fourier dalam bentuk :

$\phi = - K \nabla T$ ....(1)

ϕ adalah fluks panas, tiap satuan waktu tiap satuan luas

K adalah konduktivitas termal

T adalah suhu

∇T menyatakan operator gradien terhadap suhu, yang secara fisis berarti laju perubahan suhu terhadap posisi.

Untuk medium homogen, laju perambatan panas ini nilainya konstan sehingga diperoleh :

$\nabla T = - \dfrac{\phi}{K} = a$, konstan ....(2

Dengan teori potensial, dari hukum Fourier, dapat diturunkan persamaan Laplace (dengan substitusi $\phi = - K\nabla T$, terhadap $\nabla \phi = 0$) dalam bentuk :

$\nabla^2 T = 0$ ....(3)

Solusi persamaan (2) dan (3) yang paling sederhana untuk konduksi panas satu dimensi adalah

$T = ax + b$,...... ....(4)

dengan a dan b konstan, sedang x menyatakan posisi pada arah perambatan panas.

Pada komposit sebagai medium heterogen, fasa sisipan dapat dianggap sebagai sumber panas baru yang mengganggu proses konduksi pada fasa matriks yang telah ada sebelumnya sehingga proses konduksi termal seluruhnya akan berubah, dan dinyatakan oleh persamaan Poisson yang merupakan pengembangan dari persamaan Laplace dalam bentuk :

$\nabla^2 T = f(x)$...... ....(5)

f(x) merupakan fungsi yang bergantung pada karakteristik sumber (sisipan).

Dari persamaan Poisson dapat diperoleh gradien suhu untuk bahan komposit dengan menggunakan teorema Gauss $\int \nabla^2 T dv = \oint \nabla T ds$

Dengan mengambil model fluks panas pada bahan heterogen yang dinyatakan oleh Shih Yuan Lu & Jiann Long Song [(6)]:

$\phi = - K\nabla T + m\tau$

$\nabla^2 T = \dfrac{\tau dm}{K dx}$ ....(6)

atau $\nabla^2 T = A\dfrac{dm}{dx}$ ....(6a)

Jadi, f(x)pada persamaan (5) memiliki bentuk $\dfrac{\tau dm}{K dx}$. Bila persamaan (6a) diintegralkan terhadap volume

$\int \nabla^2 T dv = \int A \dfrac{dm}{dx} dv = AmS$ (S menyatakan luas permukaan daerah tinjauan), lalu diterapkan pada teorema Gauss, diperoleh $\oint \nabla T ds = Ams$ maka diperoleh: $\nabla T = mA$.

Bila solusi umum dari bahan homogen (persamaan (2)) diikutsertakan, untuk bahan heterogen diperoleh:

$\nabla T = a + mA$.....................................(7)

Konduktivitas termal suatu bahan dapat dinyatakan sebagai perbandingan antara fluks panas dengan gradien suhunya (Hukum Fourier), atau $K = -\dfrac{\phi}{\nabla T}$

Dengan membandingkan gradien suhu yang terjadi pada bahan heterogen dengan bahan homogen untuk fluks panas yang sama, akan didapat bentuk perbandingan antara konduktivitas termal komposit terhadap konduktivitas termal bahan homogen mula-mula (matriks), yakni (dari persamaan (2) dan 7))

$$\frac{K_K}{K_M} = \frac{\nabla T_M}{\nabla T_K} = \frac{a}{a + mA} = \frac{1}{1 + \dfrac{mA}{a}} \quad \text{.......} \quad (8)$$

Untuk memudahkan perhitungan, didefinisikan konstanta lain yaitu: $C = \dfrac{A}{4\pi}$

sehingga persamaan 8 dapat ditulis sebagai :

$$\frac{K_K}{K_M} = \frac{1}{1 + 4\pi m C} \quad \text{..........................(9)}$$

Bila nilai $4\pi Mc$ kecil sekali, dengan uraian deret, didapat pendekatan

$$\frac{K_K}{K_M} \approx 1 - 4\pi m C \quad \text{..........................(10)}$$

Komposit biner (yang merupakan campuran dua jenis bahan : matriks dan sisipan) dapat dianggap sebagai perluasan dari potongan-potongan tipis komposit. Setiap potongan terdiri dari f bagian sisipan dan (1-f) bagian matriks f adalah fraksi volume sisipan dalam komposit.

Jika panas mengalir dalam arah tegak lurus bidang potongan, sedang konduktivitas termal matriks adalah K_M dan konduktivitas termal sisipan adalah K_S, untuk potongan yang sangat kecil, konduktivitas rata-rata efektifnya adalah:

$K_{KP} = K_M(1\text{-}f) + K_S f$ ....(11)

Untuk seluruh benda (bukan potongan), tentu saja nilai konduktivitas termal efektif akan lebih kecil dari nilai K_{KP} karena adanya pengaruh "jalan bebas rata-rata" serta hambatan termal pada batas antar muka.

Dengan demikian, konduktivitas termal efektif komposit adalah

$K_K \le K_{KP}$ atau $K_K \le K_M(1\text{-}f) + K_S f$

Sehingga

$$\frac{K_K}{K_M} \le 1-(1-\frac{K_S}{K_M})f \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

Dengan kembali meninjau persamaan (10) yang lalu disamakan dengan persamaan (12), akan didapat bahwa :

$$1-4\pi mC \le 1-(1-\frac{K_S}{K_M})f$$

Atau

$$4\pi mC \ge 1-\frac{K_S}{K_M} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

Pada persamaan (10), perbandingan K_K dengan K_M sama dengan $1 - 4\pi mC$

Atau

$$\frac{K_K}{K_M} = 1-Bf \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10.a)$$

Dengan $Bf = 4\pi mC$ atau

$$B = \frac{4\pi mC}{f} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10.b)$$

Karena fraksi volume sisipan adalah

$$f = \frac{v-v_M}{v} \qquad \text{(V adalah volume total)}$$

$$\frac{K_K}{K_M} = 1-B\left(\frac{v-v_M}{v_M}\right)$$

Dalam bentuk "*increment*", $K_K = K_M + dK$ (dK adalah perubahan K karena adanya perubahan volume, dV) sehingga persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentu

$$\frac{dK}{K} = -B\frac{dV}{V} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

Bila nilai B diketahui konduktivitas termal selanjutnya nilai C) dapat dihitung dengan meninjau bentuk sisipan sebagai sumber panas, selanjutnya dianalisis menggunakan pertidaksamaan (12) dan (13).

Tinjaulah sisipan bentuk elipsoida (perluasan dari model bola, namun memiliki sumbu panjang dan sumbu pendek yang berbeda panjangnya).

Menurut Landau & Liftshitz (2), sumber panas berbentuk bola (yang juga dapat diperluas untuk elipsoida) akan menghasilkan solusi persamaan Laplace & Poisson sebagai:

$T_{dalam} = DZ$

$$T_{luar} = Z + \frac{CZ}{r^3} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Dengan persyaratan kontinuitas suhu dan fluks panas di permukaan batas (untuk bola keduanya terjadi pada nilai r yang sama, namun untuk elipsoida pada nilai r yang berbeda):

$T_{dalam} = T_{luar}$ (pada $r = R_1$)

Dan $\left(K\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{dalam} = \left(K\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{luar}$

(pada $r = R_2$)

dan dengan mendefinisikan eksentrisitas $t_1 = \frac{R_1}{R}$ dan $t_2 = \frac{R_2}{R}$

(R= jejari efektif sisipan, sehingga volume sisipan dapat dianggap sebagai $4/3\pi R^3$)

diperoleh: $D = 1 + \frac{C}{t_1 R_1^3}$

dan

$$C = \frac{1-\left(\frac{K_s}{K}\right)}{\frac{2}{R_2}+\frac{1}{t_1 R_1^3}\left(\frac{K_S}{K}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

Bila hasil ini digunakan untuk menghitung B (dari persamaan [10.b), didapat:

$$B = \frac{3\left(1-\frac{K_S}{K}\right)}{\frac{2}{t_2}+\frac{1}{t_1}\left(\frac{K_S}{K}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Kembali kita tinjau pertidaksamaan (12) dan persamaan (10.a):

$$\frac{K_K}{K_M} \le 1-\left(1-\frac{K_S}{K}\right)f \text{ dan } \quad \frac{K_K}{K_M} = 1-Bf$$

Akan didapat batas nilai B, yakni $B \geq 1 - \frac{K_S}{K}$

Nilai batasnya akan terjadi jika $\frac{K_S}{K}$ mendekati 1 (yaitu bahan hampir kontinu oleh sisipan semua), B = 1 - $\frac{K_S}{K}$

Jika nilai batas ini disubstitusikan pada persamaan (17) diperoleh hubungan antara t_1 dan t_2, yaitu: $t_1 = \frac{t_2}{3t_2 - 1}$

Didefinisikan faktor ukuran t = t_2 (dengan batas t ≥ 2/3) sehingga koefisien B dari persamaan (17) dapat disederhanakan menjadi:

$$B = \frac{3\left(1 - \frac{K_S}{K}\right)}{\frac{2}{t}(3 - \frac{2}{t})\left(\frac{K_S}{K}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Niali B ini, jika disubstitusikan pada persamaan (14) akan menghasilkan suatu persamaan diferensial dalam K dan V, berbentuk:

$$\frac{\left[\frac{2}{t} + \left(3 - \frac{2}{t}\right)\left(\frac{K_S}{K}\right)\right]}{3K\left[\left(\frac{K_S}{K}\right) - 1\right]} dK = \frac{dV}{V}$$

Jika Persamaan Diferensial ini diselesaikan dengan batas awal K_m dan V_m dan dengan mengganti $\frac{V_M}{V} = 1 - f$ akan didapat persamaan implisit yang menghubungakan konduktivitas termal efektif komposit sebagai fungsi dari fraksi volume sisipan, yaitu:

$$\frac{(K - K_S)}{K_M - K_S}\left(\frac{K_M}{K}\right)^{1 - \frac{2}{3t}} = 1 - f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Jika diambil kondisi-kondisi khusus untuk nilai t, akan diperoleh:

a) Sisipan dengan faktor ukuran t terkecil (t = 2/3) :

$$\frac{K - K_S}{K_M - K_S} = 1 - f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

b) Sisipan berbentuk bola (t=1)

$$\frac{K - K_S}{K_M - K_S}\left(\frac{K_M}{K}\right)^{\frac{1}{3}} = 1 - f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

c) Sisipan berbentuk serat (t mendekati tak terhingga, ~)

$$\frac{K - K_S}{K_0 - K_S}\left(\frac{K_0}{K}\right) = 1 - f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

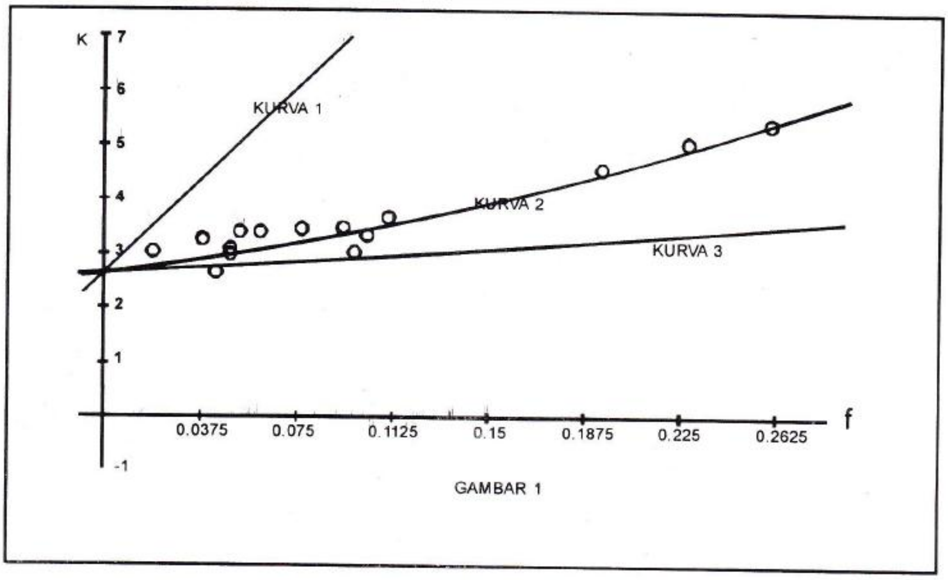
Perbandingan dengan Hasil Eksperimen

Hasil-hasil perhitungan pada persamaan-persamaan (20),(21), dan (22) digunakan untuk menentukan konduktivitas termal komposit:

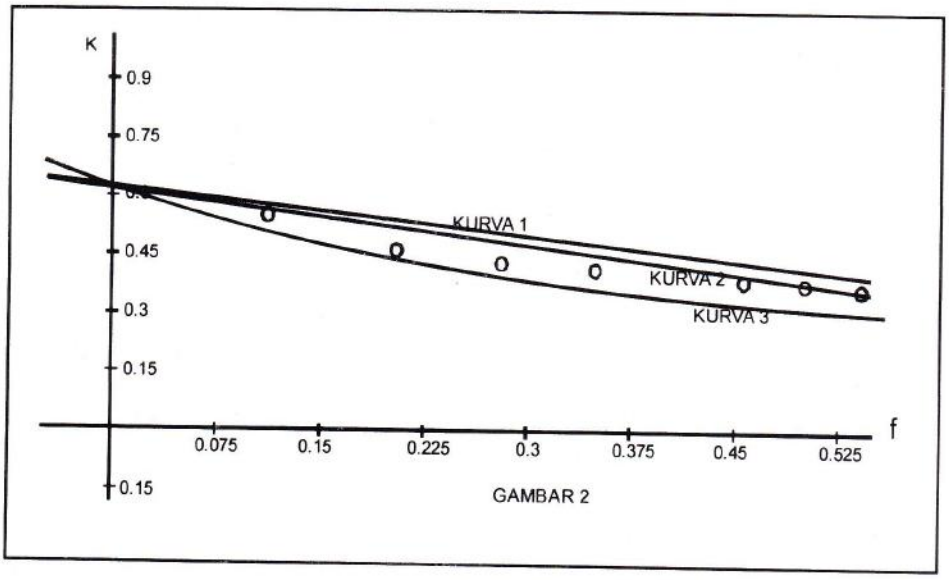
a. Semen-baja (K_M semen = 2,6162 W/mK, K_S baja = 48,0 W/Mk

b. Keramik lempung-mika (K_M lempung = 0.615 W/mK, K_S mika = 0,21 W/Mk)

Model matematika yang diperoleh yaitu persamaan (20), (21), dan (22) disbanding-kan dengan data hasil pengukuran yang sudah dilakukan oleh Sardjito (5) dan Low & Fazio (3). Dengan berbantuan software "DERIVE" dibuat kurva dari model-model tersebut untuk semen-baja dengan memasukkan variabel K_M semen = 2,6162 dan K_S baja =48,0 disajikan pada gambar 1. Dari gambar 1 terlihat bahwa data hasil percobaan (pengukuran) jatuh di sekitar kurva persamaan 21 (kurva2 atau model dengan sisipan berbentuk bola). Pada gambar 2 disajikan kurva persamaan-persamaan 20, 21, dan 22 untuk kasus keramik lempung-mika dengan nilai K_M lempung = 0,615 dan K_S mika = 0,21, terlihat bahwa data hasil percobaan (pengukuran) pada fase sisipan di bawah 0,3 mendekati kurva persamaan 22 (kurva 3) akan tetapi untuk fase sisipan lebih dari 0,3 mendekati kurva persamaan 21 (kurva 2)



GAMBAR 1



GAMBAR 2

Kesimpulan dan Saran

1. Konduktivitas termal komposit dapat ditentukan dengan pendekatan perata-rataan dari konduktivitas termal komponen-komponen penyusunnya.

2. Model yang diperoleh melalui analitik atau perhitungan cukup memuaskan bila dibandingkan dengan hasil eksperimen, terutama untuk fraksi volume sisipan yang cukup besar seperti ditunjukkan dalam gambar 1 dan gambar 2. Agar diperoleh hasil yang lebih baik, perlu dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai keberlakuan faktor ukuran dalam kaitannya dengan bentuk dan ukuran fasa sisipan.

3. Dari ketiga model yang diperoleh ternyata model bola yang paling mendekati data hasil pengukuran, terlihat pada gambar 1 dan gambar 2

4. Hasil perhitungan konduktivitas termal efektif komposit dalam penelitian ini hanya berlaku untuk komposit biner (yang terdiri dari dua fasa). Untuk komposit dengan fasa yang lebih dari dua, hasil ini dapat digunakan namun dengan menggunakan cara reduksi.

konduktivitas termal efektif komposit biner A dan B (sebutlah D), setelah itu dihitung konduktivitas termal efektif komposit biner D dan C

Daftar Pustaka

1) Bauer, T.H. (1993), A General Analytical Approach to Ward The Thermal Conductivity of Porous Media, Int. *J. Heat Mass Transfer, 36, 17*, p. 4181-4191.
2) Landau L.D., Lifshitz E.M. (1959), *Fluid Mechanics*, Perganon Press, p.191.
3) Low, MMP, Fazio P. (1984), Preparation and Properties of Binary End Termary Composites Solids in The Clay Mica Glass System, *J. Ceramics International, 10, 1*, p.23-29.
4) Mary L. Boas, (1983), *Mathematical Methods in The Physical Sciences.*
5) Sardjito, (1989), *Penentuan Konduktivitas Termal Komposit Campuran Kontinu secara Makroskopik*, tugas akhir S2, ITB.
6) Shih Yuan Lu, Jiann Long Song, (1996), Effective Conductivity of Composites with Spherical Inclusions, *j. appl. Phys., 79 (2)*, p. 609-618.
7) Tsou F.K., (1972), *"Thermal Conductivity of Layered Composite Materials in Engineering*, ASM.