

## PENENTUAN TITIK-TITIK SIMPUL PADA LENSA TEBAL DENGAN METODE ANALISIS DAN METODE GRAFIS

Oleh Sri Suratmi

(KBK Ilmu Pengetahuan Dasar UP MKU Politeknik Negeri Bandung)

### Abstrak

Pembentukan bayangan oleh sebuah lensa menjadi penting bagi alat-alat optik yang menggunakan lensa. Untuk membantu menemukan letak titik-titik penting dalam sebuah lensa tebal, biasanya digunakan beberapa rumus sehingga didapat proses matematik/ hitung yang cukup panjang.

Pada lensa tebal terdapat ada beberapa titik-titik simpul (*nodel point*) penting yaitu **titik fokus** (ada dua yaitu titik fokus utama dan titik fokus kedua), **titik utama** (titik utama pertama dan titik utama kedua), **titik simpul** (titik simpul utama dan titik simpul kedua) dan **titik pusat optis**.

Dalam tulisan ini dibahas cara menentukan letak titik-titik penting itu dengan memadukan beberapa rumus yang dikemukakan oleh teori Gauss<sup>(4)</sup> dan teori Newton<sup>(4)</sup>. Hasilnya dapat dijadikan sebagai pembandingan untuk menguji ketelitian pembentukan bayangan oleh lensa tebal dengan metode melukis. Agar lukisan lebih sederhana digunakan sinar-sinar yang jatuh pada lensa tebal dalam keadaan istimewa.

### Abstract

Image formation by lens becomes important for optics using lens. To find location of many point in the thick lens, actually using some formula so that will long mathematics process. This is to enable become not attractive.

In thick lens, there are some important nodel point. Firstly is focal point, there are two focal point, first focal point and second focal point. Secondly is principle point, there are two principle point, first principle point and second principle point. Thirdly is nodel point, there are first nodel point and second nodel point. And the fourthly is centre optic point.

In this writing, there are some ways to determine location of the important point with combine some formula which is called by Gauss Theory<sup>(4)</sup> and Newton Theory<sup>(4)</sup>. This equation can become as comparison to examine accuration of image formation by thick lens with draw method. For simplify the imaging that formed, there are the rays which are fall on the thick lens in the special condition.

❖ Kata kunci : titik simpul, lensa tebal.

### Pendahuluan

Lensa adalah benda bening yang dibatasi oleh dua atau lebih permukaan bidang bias. Setiap kali sinar jatuh di permukaan lensa ia akan mengalami pembiasan sehingga terjadi perubahan arah. Tepat dipermukaan lensa terjadi pematahan sehingga arah sinar tersebut akan berubah. Jadi sinar yang jatuh pada permukaan pertama lensa tidak akan segaris dengan sinar yang keluar dari permukaan kedua untuk sebuah lensa.

Penentuan hasil pembentukan bayangan oleh sebuah lensa tebal dapat menggunakan rumus dengan persamaan matematis (1) sebagai berikut,

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n}{n_m} - 1 \right) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2} \right], \quad (1)$$

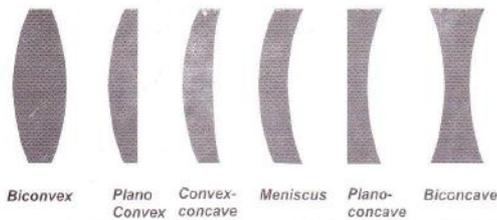
f = jarak fokus lensa tebal

n = indeks bias bahan lensa tebal

$n_m$  = indeks bias medium di sekitar lensa tebal

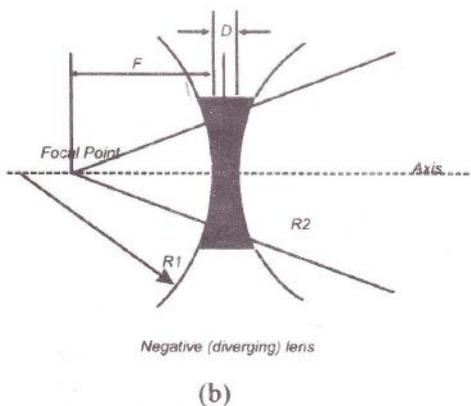
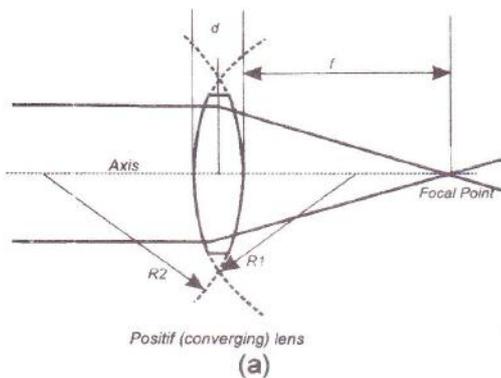
$R_1$  = jari-jari permukaan lengkung lensa tebal yang pertama didatangi sinar  
 $R_2$  = jari-jari permukaan lengkung lensa tebal yang kedua didatangi sinar  
 $d$  = ketebalan lensa (jarak dua titik pada pusat kelengkungan permukaan lensa)

Persamaan (1) <sup>(1)</sup> di atas dapat digunakan oleh lensa-lensa cembung rangkap (bikonvek), cembung datar (plan konvek), cembung cekung, cekung cembung, cekung datar, dan cekung rangkap (bikonkaf) seperti terlihat pada Gambar 1<sup>(1)</sup>.

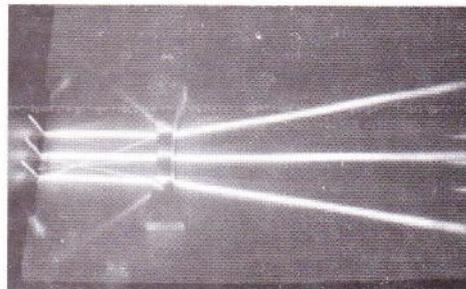
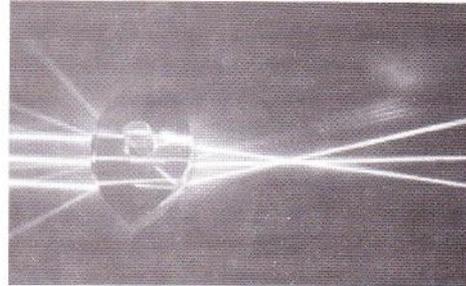


Gambar 1. Macam-macam Bentuk Lensa Tebal

Dua contoh pemakaian rumus dalam penentuan jarak-jarak yang dibutuhkan digambarkan pada Gambar 2<sup>(1)</sup>



Gambar 2 : Bentuk-bentuk lensa



Untuk kepentingan penetapan letak titik-titik simpul (*nodel point*) ada baiknya bila rumus persamaan (1) diubah dalam bentuk yang dikemukakan oleh Newton<sup>5)</sup> sebagai berikut,

$$x x' = f f' \dots\dots\dots(2)$$

$x$  = jarak benda diukur terhadap titik fokus ke-1 yaitu titik  $F$

$x'$  = jarak gambar diukur terhadap titik fokus ke-2 yaitu titik  $F'$

Sedangkan  $f$  dan  $f'$  mempunyai arti yang sama seperti dalam persamaan (1) Keuntungan yang diperoleh dengan persamaan (2) ini adalah, pertama dalam bentuknya yang lebih sederhana dibandingkan persamaan (1) dan adanya eliminasi indeks-indeks bias yang bersangkutan.

**Pembahasan**

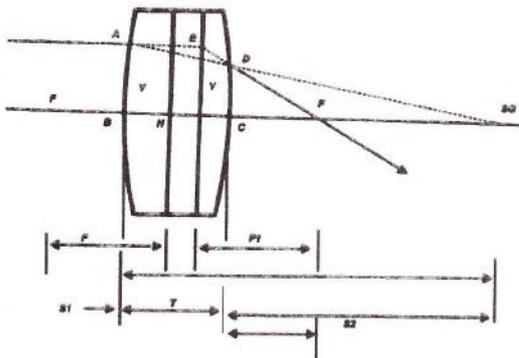
Pada lensa tebal terdapat tiga hal penting yang berkaitan dengan pembentukan bayangan yaitu pembentukan bayangan yang dihasilkan, pembentukan titik-titik fokus, titik-titik utama, titik-titik simpul, dan titik pusat optik.

Titik fokus adalah titik perpotongan sinar-sinar yang keluar dari lensa jika sinar-sinar masuk ke lensa berarah sejajar sumbu utama lensa ; atau titik perpotongan sinar-sinar yang masuk ke lensa, jika sinar keluar dari lensa berarah sejajar sumbu utama lensa.

Titik simpul adalah titik perpotongan sumbu utama lensa dengan sebuah sinar yang mempunyai arah tidak berubah; arah masuk ke lensa sejajar dengan arah sinar keluar dari lensa.

Titik optik adalah titik perpotongan sinar didalam lensa dengan sumbu utama, untuk sinar masuk dan sinar keluar yang tidak menjalani perubahan arah, sinar masuk ke lensa sejajar sinar keluar dari lensa.

Pada gambar 3 digambarkan sebuah lensa tebal berindeks bias 'n' berada dalam medium berindeks bias 'n', Setiap lensa memiliki sumbu utama. Yang dimaksud sumbu utama (Sb-Ut) adalah sebuah garis yang tegak lurus pada kedua permukaan lensa dan melalui titik-titik pusat kelengkungan kedua permukaan.



Gambar 3  
Perjalanan sinar pada lensa tebal

Sebuah benda yang letaknya tak terhingga dari permukaan pertama lensa digambarkan oleh sinar sejajar sumbu utama, jatuh dipermukaan pertama lensa di titik A. bayangan yang diperoleh berada pada jarak  $s_1$ . bayangan ini dijadikan benda oleh permukaan kedua dengan jarak benda  $s_2$  dari permukaan kedua. Bayangan kedua terbentuk oleh lensa dengan jarak benda  $s'_2$ , dari permukaan kedua. Jarak  $s'_2$  ini disebut jarak fokus kedua diukur dari pusat kelengkungan permukaan lensa (verteks) kedua ( C).

Untuk menghitung jarak fokus lensa tebal tersebut, ditarik sebuah sinar sejajar sumbu utama dari titik benda yang terletak di tak terhingga, dan sinar ini jatuh pada permukaan pertama lensa tebal di titik A setinggi  $y$  dari sumbu utama dan meninggalkan permukaan lensa tebal yang ke dua di titik D, setinggi  $y'$  dari sumbu utama. Perpanjangan sinar masuk ke lensa dan perpanjangan sinar keluar dari lensa akan berpotongan dititik E. Bidang yang melalui titik

sumbu utama dititik H'. Titik H' ini disebut titik utama kedua dan bidangnya disebut bidang utama kedua.

Dari gambar 3, didapat dua buah segitiga yaitu  $\Delta AFG$  dan  $\Delta DCG$  yang sebangun sehingga diperoleh perbandingan sebagai berikut,

$$\frac{y}{s'_1} = \frac{y'}{-s'_2} \dots\dots\dots(3)$$

Jarak  $s_2$  adalah negatif karena bayangan yang dibentuk oleh permukaan pertama menjadi benda maya (semu) untuk permukaan kedua.

Dari dua buah segitiga,  $\Delta EHF'$  dan  $\Delta DCF$  diperoleh perbandingan :

$$\frac{y}{f'} = \frac{y'}{s'_2} \dots\dots\dots(4)$$

Jika persamaan (3) dibagi dengan persamaan (4) didapat persamaan baru yaitu

$$\frac{f'}{s'_2} = \frac{s_2'}{s_2}$$

Atau  $f' = s'_1 \left( -\frac{s'_2}{s_2} \right) \dots\dots\dots(5)$

Pembentukan bayangan oleh lensa tebal mengalami perbesaran tegak atau perbesaran linier (m). Perbesaran ini didefinisikan sebagai berikut :

$$m = \frac{s'}{s} = -\frac{y'}{y} \dots\dots\dots(6)$$

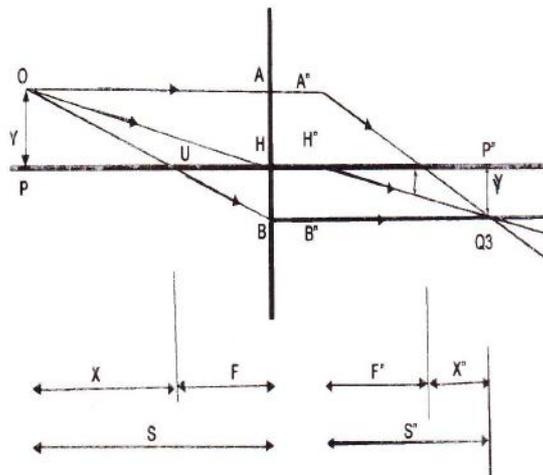
Pada gambar 3,  $y$  adalah tinggi benda dan  $y'$  adalah tinggi bayangan yang dibentuk oleh lensa tebal.

Jadi pada lensa tebal jarak titik api kedua sampai bidang utama kedua dinamakan  $f'$ . Dengan cara yang sama, menarik sinar dari sebelah kanan lensa sejajar dan sumbu utama akan terdapat titik api pertama disebut titik F dan bidang utama pertama disebut titik H sehingga jarak  $f$  itu adalah jarak dari titik F sampai bidang utama pertama (FH).

Untuk melihat persamaan keadaan antara lensa tebal dan lensa tipis kita perhatikan gambar 4. Apabila bidang utama pertama H dan H' berimpit, keadaan lukisan sinar akan

lensa persamaan (1) akan berlaku juga untuk lensa tipis dengan catatan jarak  $s$  dan  $s_1'$ ,  $f$ , dan  $f'$  diambil terhadap bidang referensi yang sesuai dengan keadaan yaitu  $H$  dan  $H'$ .

Jadi, pada lensa tipis titik-titik utama  $H$  dan  $H'$  dianggap berimpit pada tengah-tengah lensa.

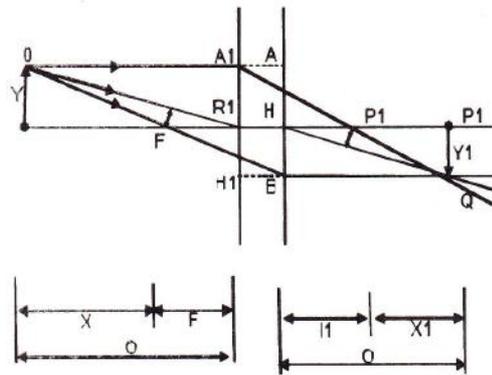


Gambar 4

Apabila  $H$  berada sebelah kiri dan  $H'$  berada di sebelah kanan, keadaan ini disebut keadaan normal. Apabila  $H$  berada di sebelah kanan dan  $H'$  berada di sebelah kiri (terbalik), keadaan ini disebut keadaan *cross*. Hal ini tergantung pada indeks bias medium-medium efektif dan besarnya jari-jari kelengkungan bidang batas permukaan lensa serta tebal lensa itu. Jadi, jarak  $H$  dan  $H'$  dapat terletak di luar lensa.

Suatu perbedaan akan timbul jika letak bayangan suatu benda tepat berada di bidang utama pertama yakni  $H$ . Jika keadaan ini dihitung menggunakan rumus Gauss akan sukar ditentukan. Dengan rumus Newton hal ini akan mudah ditentukan. Untuk membuktikannya jarak benda diambil sama dengan  $x$ ,  $x$  sama dengan jarak negatif focus, yaitu  $-f$ . Jadi,  $x = -f$ , selanjutnya dapat diperhatikan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} x' &= f f' \\ -f x &= f f' \\ x' &= -f' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$



Gambar 5 Letak H dan H' cross

Persamaan (7) memiliki arti bahwa benda itu tepat berada di titik  $H$ . Untuk menghitung perbesaran dan tegaknya ( $m$ ) dapat digunakan persamaan (6) dan mengkonversikan padanan jarak-jarak terkait maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut

$$m = -\frac{f}{x} = -\frac{f'}{x'} \quad \dots\dots\dots (8)$$

kemudian substitusikan persamaan (7) dan (8) akan diperoleh harga  $m = 1$ .

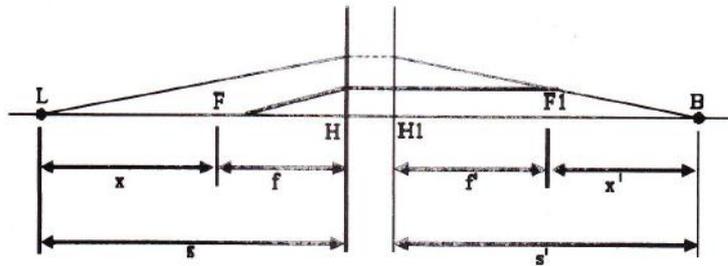
$$m = -\frac{f'}{-f'} = 1 \quad m = 1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

Persamaan (9), memiliki arti "bidang-bidang utama sebuah lensa tebal mempunyai perbesaran linier sebesar satu".

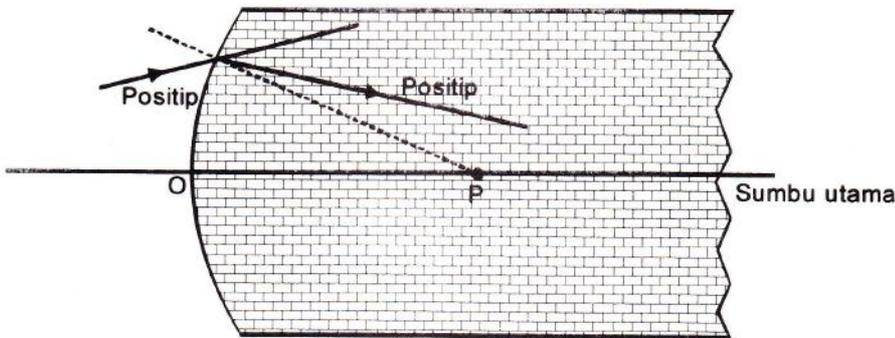
Persamaan (1) dapat diubah untuk jarak-jarak yang bersangkutan dengan cara disubstitusikan. Pada gambar gambar (1), diperoleh kesamaan bahwa:

$$\begin{aligned} s &= f + x \\ s' &= f' + x' \end{aligned}$$

Untuk benda yang letaknya di sebelah kiri  $F$ , harga  $x$  positif. Bayangan yang letaknya di sebelah kanan  $F'$  memiliki harga  $x'$  positif.



Gambar 6  
Jarak titik api dan benda diukur dari titik utama



Gambar 7  
Sudut jatuh u positif dan sudut bias u' positif

Pada gambar 7, masing-masing sudut  $u$  dan  $u'$  bernilai positif karena sumbu-sumbu atau jari-jari harus berputar bertentangan arah perputaran jarum jam untuk berimpit dengan sinar.

Selain perbesaran linier yang telah dijelaskan di atas dan dirumuskan oleh persamaan (6), bayangan yang dihasilkan lensa mempunyai pula perbesaran sudut. Perbesaran sudut ini ( $\gamma$ ) didefinisikan sebagai berikut :

$$\gamma = \frac{\tan u}{\tan u'} \dots\dots\dots(10)$$

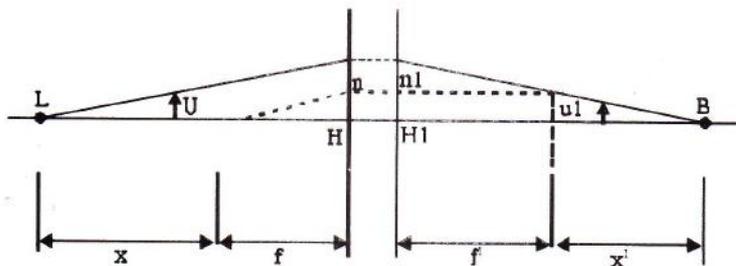
Dari gambar 5, ternyata diperoleh bahwa  $\tan u$  dan  $\tan u'$  masing-masing :

$$\tan u = -h / (f' + x')$$

$$\tan u = -h / (f + x)$$

Jika harga  $\tan u$  masing-masing dan persamaan (2) disubstitusikan persamaan (10),  $\gamma$  akan menjadi sebagai berikut :

$$\gamma = -\frac{f}{x'} = -\frac{x}{f'} \dots\dots\dots(11)$$



Gambar 8  
Perjalanan sepasang sinar datang dan sinar keluar pada sebuah lensa.

Dalam perjalanan sinar dari sebuah titik benda ke titik bayangan yang bersang-kutan, ada sepasang sinar jatuh dan sinar yang keluar lensa yang arahnya sejajar. Bila sinar jatuh dan sinar keluar ini diperpanjang hingga memotong sumbu utama lensa, terdapat dua titik perpotongan  $N$  dan  $N'$  yang disebut titik simpul ke 1 ( $N$ ) dan titik simpul ke 2 ( $N'$ )

Pada gambar 9, di lukis sebuah sinar yang datang pada lensa dan sinar yang keluar dari lensa yang sejajar satu sama lain. Jika titik jatuh pada permukaan pertama dinamakan titik

$P$  dan titik keluar permukaan kedua disebut  $Q$ , titik  $P$  dan titik  $Q$  dihubungkan, memotong sumbu utama pada yang disebut titik pusat optis (titik  $O$ ).

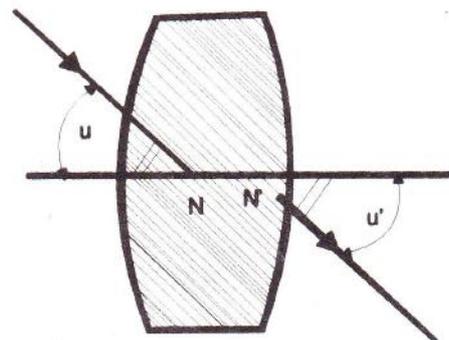
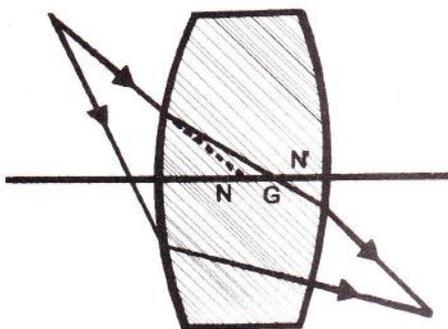
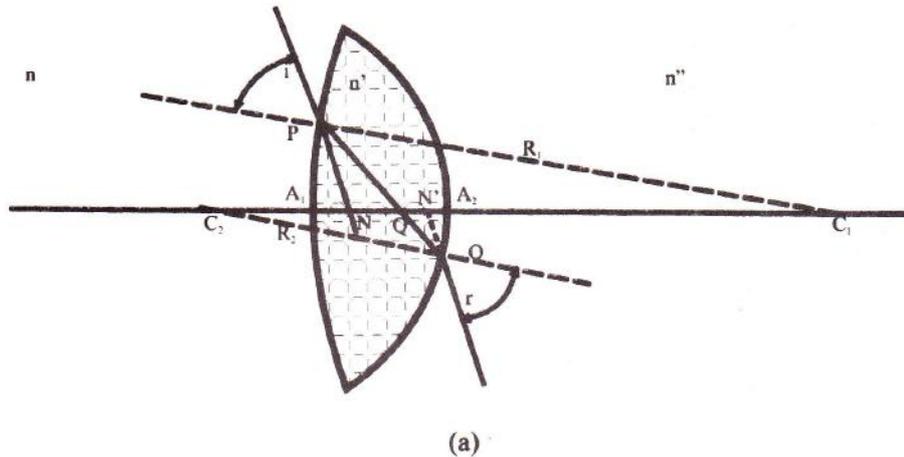
Karena  $\Delta C_1OP$  dan  $\Delta OC_2Q$  sebangun, diperoleh perbandingan sebagai berikut :

$$OC_1 : OC_2 = C_1P : C_2Q = R_1 : R_2$$

$$(R_1 : OC_1) : (R_2 : OC_2) = R_1 : R_2$$

$$OA_1 : OA_2 = R_1 : R_2$$

Jadi titik  $O$  membagi jarak  $A_1 : A_2$  sesuai dengan jari-jari perbatasan bidang-bidang permukaan lensa tebal.



(b) (c)  
Gambar 9 Titik titik Simpul dan titik pusat optik

Untuk titik-titik simpul  $N$  dan  $N'$  jelaslah bahwa  $m = +1$  karena sinar yang masuk dan keluar itu adalah paralel ( $\tan u = \tan u'$ ). Substitusikan harga ini dalam persamaan (10) akan memberikan persamaan sebagai berikut :

letak titik simpulnya yakni dengan menggunakan rumus atau dengan cara melukis, sehingga tidak hanya mengandalkan data manual alat itu.

$$\text{Untuk N} \quad -\frac{x}{f'} = 1 \text{ atau } x = -f'$$

$$\text{Untuk N}' \quad -\frac{f}{x'} = 1 \text{ atau } x' = -f \dots(12)$$

### Penutup

Pendalaman terhadap penggunaan rumus-rumus (1) dan cara melukis untuk menentukan pembentukan bayangan oleh lensa tebal dapat membantu mempercepat penentuan titik-titik simpul lensa tebal. Dengan cara melukis, proses itu dapat menjadi pembanding selain dengan cara menggunakan rumus.

Saat menggunakan lensa tebal dalam alat-alat optic, misalnya; lup, mikroskop, dan teropong ; dapat dilakukan pengecekan letak-letak titik simpulnya yakni dengan menggunakan rumus atau dengan cara melukis, sehingga tidak hanya mengandalkan data manual alat itu.

### Daftar Pustaka

1. <http://en.wikipedia.org/wiki/Lens>  
28optics 29
2. Giancoli, Douglas C. 1995. *Physics* Fourth Edition. United States of America.
3. Resnick R & Halliday D, Pantur silaban, Ph.D&Drs Erwin Sucipto, 1984. *Fisika . Jilid 2 Edisi III*. Erlangga : Jakarta.
4. Sears, Weston Francis. 1982. *Principle of Physics Series Optics*. Addison-Wesley Publishing Company. Inc : Massachusetta
5. Wuryadi. 2000. *Proceeding Seminar Nasional Pengembangan Pendidikan MIPA di Era Globalisasi*. Departemen Pendidikan Nasional FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta : Yogyakarta.
6. Zemansky, W Mark ,Sears, Weston Francis. 1982 *Fisika Untuk Universitas III Optika dan Fisika Atom* Saduran oleh Nabris Katib. Binacipta : Bandung